

**ΦΥΣΙΚΗ**  
**ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ**  
**2014**  
**ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ**

**Θέμα Α**

Στις ερωτήσεις Α1-Α4 να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και, δίπλα, το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση η οποία συμπληρώνει σωστά την ημιτελή πρόταση.

**A1.** Τα μήκη κύματος τεσσάρων ηλεκτρομαγνητικών ακτινοβολιών που διαδίδονται στο κενό συμβολίζονται ως: υπέρυθρο:  $\lambda_{\nu}$ , ραδιοκύματα:  $\lambda_{\rho}$ , πράσινο όρατο φως:  $\lambda_{\pi}$ , ακτίνες X:  $\lambda_{\chi}$ . Η σχέση μεταξύ των μηκών είναι:

- α)  $\lambda_{\chi} > \lambda_{\rho} > \lambda_{\nu} > \lambda_{\pi}$
- β)  $\lambda_{\rho} > \lambda_{\pi} > \lambda_{\nu} > \lambda_{\chi}$
- γ)  $\lambda_{\rho} > \lambda_{\nu} > \lambda_{\pi} > \lambda_{\chi}$
- δ)  $\lambda_{\nu} > \lambda_{\chi} > \lambda_{\rho} > \lambda_{\pi}$

Μονάδες 5

**A2.** Η ταχύτητα ενός ηχητικού κύματος εξαρτάται από:

- α) την περίοδο του ήχου
- β) το υλικό στο οποίο διαδίδεται το κύμα
- γ) το μήκος κύματος
- δ) το πλάτος του κύματος

Μονάδες 5

**A3.** Σε ένα αρχικά ακίνητο στέρεο σώμα ασκούνται ομοεπίπεδες δυνάμεις έτσι ώστε αυτό να εκτελεί μόνο επιταχυνόμενη μεταφορική κίνηση. Για τη συνισταμένη των δυνάμεων  $\Sigma \vec{F}$  που του ασκούνται και για το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών  $\Sigma \tau$  ως προς οποιοδήποτε σημείο του, ισχύει:

- α)  $\Sigma \vec{F} = 0$ ,  $\Sigma \tau = 0$
- β)  $\Sigma \vec{F} \neq 0$ ,  $\Sigma \tau \neq 0$
- γ)  $\Sigma \vec{F} \neq 0$ ,  $\Sigma \tau = 0$
- δ)  $\Sigma \vec{F} = 0$ ,  $\Sigma \tau \neq 0$

Μονάδες 5

**A4.** Η δύναμη επαναφοράς που ασκείται σε ένα σώμα μάζας  $m$  που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση είναι ίση με  $F$ . Το πηλίκο  $\frac{F}{m}$ :

- α) παραμένει σταθερό σε σχέση με το χρόνο
- β) μεταβάλλεται αρμονικά σε σχέση με το χρόνο
- γ) αυξάνεται γραμμικά σε σχέση με το χρόνο
- δ) γίνεται μέγιστο, όταν το σώμα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας.

Μονάδες 5

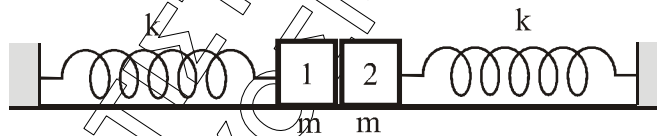
**A5.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιο σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

- α)** Κριτήριο για τη διάκριση των μηχανικών κυμάτων σε εγκάρσια και διαμήκη είναι η διεύθυνση ταλάντωσης των μορίων του ελαστικού μέσου σε σχέση με την διεύθυνση διάδοσης του κύματος.
- β)** Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση η ενέργεια που προσφέρεται στο σύστημα αντισταθμίζει τις απώλειες και έτσι το πλάτος της ταλάντωσης διατηρείται σταθερό.
- γ)** Κατά τη διάδοση ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων στο κενό, το πηλίκο των μέτρων των εντάσεων του μαγνητικού και του ηλεκτρικού πεδίου ισούται με την ταχύτητα του φωτός  $\left(\frac{B}{E} = c\right)$ .
- δ)** Η συχνότητα μονοχρωματικής ακτινοβολίας μειώνεται όταν η ακτινοβολία περνά από τον αέρα σε ένα διαφανές μέσο.
- ε)** Η γη έχει στροφορμή λόγω περιστροφής γύρω από τον άξονά της και λόγω περιφοράς γύρω από τον ήλιο.

**Μονάδες 5**

### Θέμα Β

**B1.** Δύο όμοια σώματα, ίσων μαζών  $m$  το καθένα, συνδέονται με όμοια ιδανικά ελατήρια σταθεράς  $k$  το καθένα, των οποίων τα άλλα άκρα είναι συνδεδεμένα σε ακλόνητα σημεία, όπως στο σχήμα. Οι άξονες των δύο ελατηρίων βρίσκονται στην ίδια ευθεία, τα ελατήρια βρίσκονται στο φυσικό τους μήκος  $\ell_0$  και το οριζόντιο επίπεδο στο οποίο βρίσκονται είναι λείο.



Μετακινούμε το σώμα 1 προς τα αριστερά κατά  $d$  και στη συνέχεια το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί. Το σώμα 1 συγκρούεται πλαστικά με το σώμα 2. Το συσσωμάτωμα που προκύπτει εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς  $D = 2k$ . Αν  $A_1$  το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος 1 πριν τη κρούση και  $A_2$  το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος μετά την κρούση, τότε ο λόγος  $\frac{A_1}{A_2}$  είναι:

- i)** 1
- ii)**  $\frac{1}{2}$
- iii)** 2

**α)** Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

**Μονάδες 2**

**β)** Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

**Μονάδες 6**

**B2.** Κατά τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων με παραπλήσιες συχνότητες  $f_1$  και  $f_2$ , ίδιας διεύθυνσης και ίδιου πλάτους, που γίνονται γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας, με  $f_1 > f_2$ , παρουσιάζονται διακροτήματα με περίοδο διακροτήματος  $T_{\Delta} = 2$  s. Αν στη διάρκεια του χρόνου αυτού πραγματοποιούνται 200 πλήρεις ταλαντώσεις, οι συχνότητες  $f_1$  και  $f_2$  είναι:

- i)  $f_1 = 200,5$  Hz,  $f_2 = 200$  Hz
- ii)  $f_1 = 100,25$  Hz,  $f_2 = 99,75$  Hz
- iii)  $f_1 = 50,2$  Hz,  $f_2 = 49,7$  Hz

**α)** Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

**Μονάδες 2**

**β)** Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

**Μονάδες 6**

**B3.** Σε λείο οριζόντιο επίπεδο και σε διεύθυνση κάθετη σε κατακόρυφο τοίχο κινείται σφαίρα μάζας  $m_1$  με ταχύτητα μέτρου  $v_1$ . Κάποια χρονική στιγμή η σφαίρα μάζας  $m_1$  συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρα μάζας  $m_2$  ( $m_2 > m_1$ ). Μετά την κρούση με τη μάζα  $m_1$ , η  $m_2$  συγκρούεται ελαστικά με τον τοίχο.



Παρατηρούμε ότι η απόσταση των μαζών  $m_1$  και  $m_2$ , μετά την κρούση της  $m_2$  με τον τοίχο, παραμένει σταθερή. Ο λόγος των μαζών  $\frac{m_1}{m_2}$  είναι:

- i) 3
- ii) 1
- iii)  $\frac{1}{3}$

**α)** Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

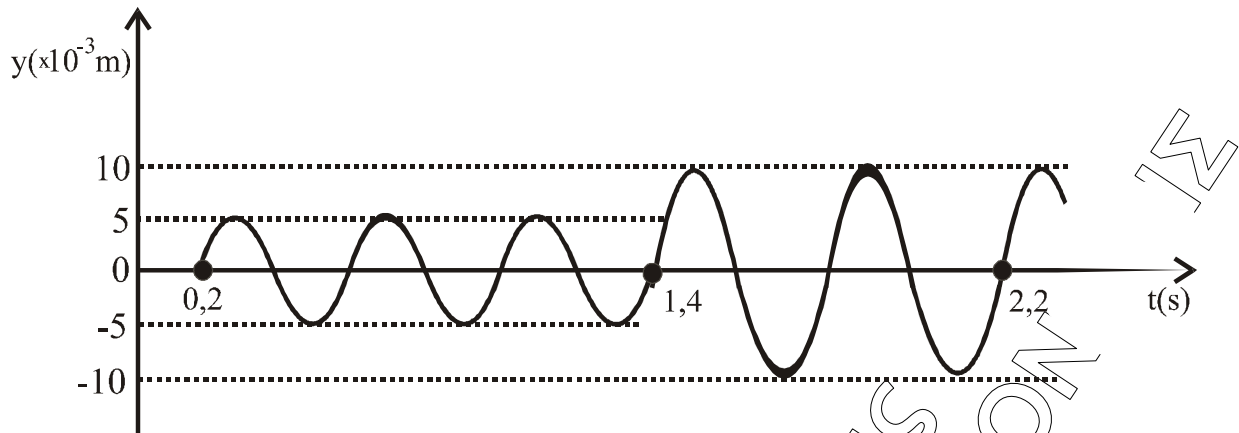
**Μονάδες 2**

**β)** Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

**Μονάδες 7**

### Θέμα Γ

Δύο σύγχρονες σημειακές πηγές  $\Pi_1$  και  $\Pi_2$  δημιουργούν στην επιφάνεια υγρού εγκάρσια κύματα που διαδίδονται με ταχύτητα  $v = 5$  m/s. Μικρό κομμάτι φελλού βρίσκεται σε κάποιο σημείο  $\Sigma$  της επιφάνειας πλησιέστερα στην πηγή  $\Pi_2$ . Η απομάκρυνση του σημείου  $\Sigma$  από τη θέση ισορροπίας του σε συνάρτηση με τον χρόνο περιγράφεται από τη γραφική παράσταση του σχήματος. Οι πηγές αρχίζουν να ταλαντώνονται τη χρονική στιγμή  $t = 0$  και εκτελούν ταλαντώσεις της μορφής  $y = A \cdot \eta\mu\omega t$ .

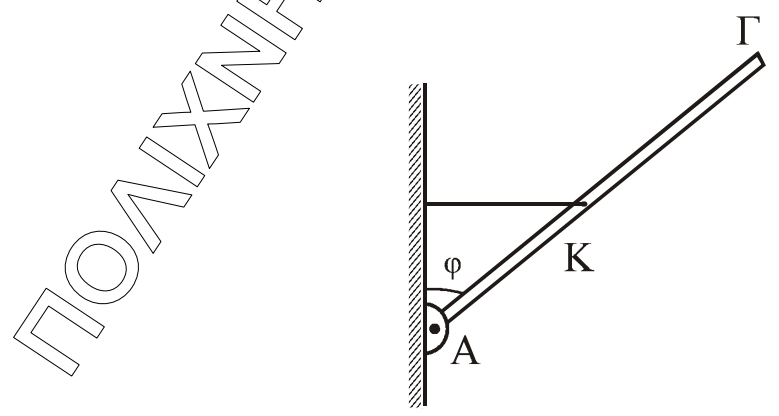


- Γ1.** Να βρείτε τις αποστάσεις  $r_1$  και  $r_2$  του σημείου Σ από τις πηγές  $\Pi_1$  και  $\Pi_2$ , αντίστοιχα. **Μονάδες 6**
- Γ2.** Να γράψετε τη σχέση που δίνει την απομάκρυνση του φελλού από τη θέση ισορροπίας του σε συνάρτηση με τον χρόνο, για  $t > 0$ . **Μονάδες 6**
- Γ3.** Ποιο είναι το μέτρο της ταχύτητας ταλάντωσης του φελλού κάποια χρονική στιγμή  $t_1$ , κατά την οποία η απομάκρυνσή του από τη θέση ισορροπίας του είναι  $y_1 = 5\sqrt{3} \cdot 10^{-3} \text{ m}$ ; **Μονάδες 6**
- Γ4.** Έστω  $K_1$  η μέγιστη κινητική ενέργεια του φελλού μετά τη συμβολή. Αλλάζουμε τη συχνότητα των ταλαντώσεων των πηγών  $\Pi_1$  και  $\Pi_2$  έτσι ώστε η συχνότητά τους να είναι ίση με τα  $\frac{10}{9}$  της αρχικής τους συχνότητας. Αν μετά τη νέα συμβολή η μέγιστη κινητική ενέργεια του φελλού είναι  $K_2$ , να βρεθεί ο λόγος  $\frac{K_1}{K_2}$ . **Μονάδες 7**

Δίνεται:  $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$

**Θέμα Δ**

Λεπτή, άκαμπτη και ομογενής ράβδος ΑΓ μήκους  $\ell = 2\text{ m}$  και μάζας  $M = 5,6 \text{ kg}$  ισορροπεί με τη βοήθεια οριζοντιού νήματος, μη εκτατού, που συνδέεται στο μέσο της, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το άκρο Α της ράβδου συνδέεται με άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο.



Δίνεται:  $\eta\mu\varphi = 0,6$  και  $\sigma\upsilon\nu\varphi = 0,8$

**Δ1.** Να προσδιορίσετε τη δύναμη  $\vec{F}$  που δέχεται η ράβδος από την άρθρωση.

**Μονάδες 4**

Μικρή ομογενής σφαίρα, μάζας  $m = 0,4 \text{ kg}$  και ακτίνας  $r = \frac{1}{70} \text{ m}$  κυλιέται χωρίς ολίσθηση, έχοντας εκτοξευθεί κατά μήκος της ράβδου από το σημείο K προς το άκρο Γ.

**Δ2.** Να βρεθεί η γωνιακή επιτάχυνση της σφαίρας κατά την κίνησή της από το K μέχρι το Γ.

**Μονάδες 5**

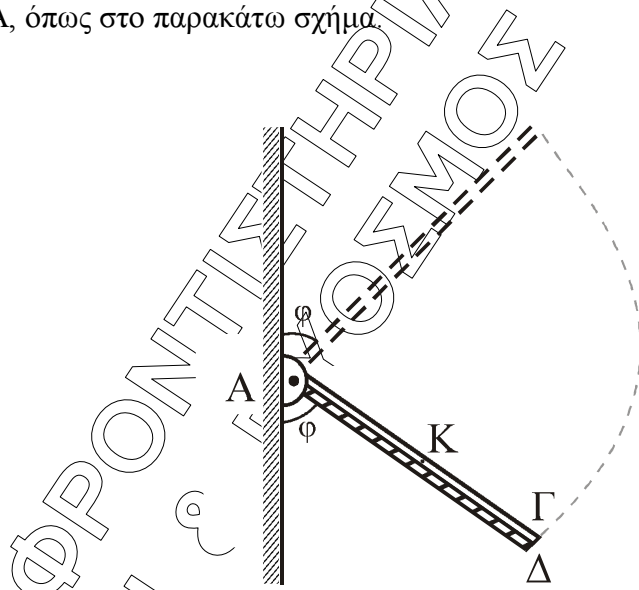
**Δ3.** Με δεδομένο ότι η σφαίρα φτάνει στο άκρο Γ, να βρείτε τη σχέση που περιγράφει την τάση του νήματος σε συνάρτηση με την απόσταση του σημείου επαφής της σφαίρας με τη ράβδο, από το σημείο K.

**Μονάδες 5**

Αφού η σφαίρα έχει εγκαταλείψει τη ράβδο, κόβουμε το νήμα. Η ράβδος στρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από οριζόντιο άξονα, ο οποίος διέρχεται από το άκρο της A, χωρίς τριβές.

**Δ4.** Να υπολογίσετε τον ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας της ράβδου στη θέση στην οποία η ράβδος σχηματίζει γωνία  $\varphi$  με την κατακόρυφο που διέρχεται από το άκρο A, όπως στο παρακάτω σχήμα.

**Μονάδες 6**



Δεύτερη λεπτή, άκαμπτη και ομογενής ράβδος ΑΔ, μήκους  $\ell' = \ell$  και μάζας  $M' = 3M$  είναι αρθρωμένη και αυτή στο σημείο A γύρω από τον ίδιο άξονα περιστροφής με την ράβδο ΑΓ. Η ράβδος ΑΔ συγκρατείται ακίνητη, με κατάλληλο μηχανισμό, σε θέση όπου σχηματίζει γωνία  $\varphi$  με τον κατακόρυφο τοίχο όπως στο σχήμα. Οι δύο ράβδοι συγκρούονται και ταυτόχρονα ο μηχανισμός ελευθερώνει τη ράβδο ΑΔ, χωρίς απώλεια ενέργειας. Οι ράβδοι μετά την κρούση κινούνται σαν ένα σώμα, χωρίς τριβές. Ο χρόνος της κρούσης θεωρείται αμελητέος.

**Δ5.** Να υπολογίσετε το ποσοστό απώλειας της κινητικής ενέργειας του συστήματος κατά την κρούση.

**Μονάδες 5**

Όλες οι κινήσεις πραγματοποιούνται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο.

Δίνονται:

- Η ροπή αδράνειας  $I_p$  λεπτής ομογενούς ράβδου μάζας  $M$  και μήκους  $\ell$ , ως προς άξονα που διέρχεται από το ένα της άκρο και είναι κάθετος σε αυτή:  $I_p = \frac{1}{3}M\ell^2$
- Η ροπή αδράνειας  $I_{\sigma\phi}$  ομογενούς σφαίρας μάζας  $m$  και ακτίνας  $r$  ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της:  $I_{\sigma\phi} = \frac{2}{5}mr^2$
- $g = 10 \text{ m/s}^2$

ΠΟΛΙΧΝΗ & ΕΥΟΣΜΟΣ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ  
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΩΡΙΑΝΑΣ

## ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

### ΘΕΜΑ Α

**A1.** → γ      **A2.** → β      **A3.** → β ή γ (σύμφωνα με οδηγία της Κεντρικής Επιτροπής Εξετάσεων γίνονται αποδεκτές, ως σωστές και οι δύο απαντήσεις)

**A4.** → β

**A5.**    **α)** → Σ      **β)** → Σ      **γ)** → Λ      **δ)** → Λ      **ε)** → Σ

### ΘΕΜΑ Β

**B1.** Σωστή απάντηση είναι το (iii)  
Ελατήριο-  $m_1$

$$v_1 = v_{\max} = \omega A_1 = \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot d \quad (1)$$

$$v_2 = 0.$$

Στην κρούση

$$\vec{P}_{\text{ολ}} (\text{πριν}) = \vec{P}_{\text{ολ}} (\text{μετά}) \Rightarrow mv_1 + 0 = 2mV_k \Rightarrow V_k = \frac{v_1}{2} \quad (2)$$

$$V_k = V_{\max} = \omega A_2 = \sqrt{\frac{2k}{2m}} \cdot A_2 = \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot A_2 \quad (3)$$

$$(2) \stackrel{(1)}{\Rightarrow} \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot A_2 = \frac{\sqrt{\frac{k}{m}} \cdot A_1}{2} \Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = 2$$

**B2.** Σωστή απάντηση είναι το (ii)

$$T_\delta = \frac{1}{f_1 - f_2} \Rightarrow f_1 - f_2 = \frac{1}{2} \quad (1)$$

$$N = \frac{T_\delta}{T} \Rightarrow T = \frac{T_\delta}{N} \Rightarrow T = \frac{1}{100} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{100} \Rightarrow \frac{2\pi}{\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}} = \frac{1}{100} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{4\pi}{2\pi(f_1 + f_2)} = \frac{1}{100} \Rightarrow f_1 + f_2 = 200 \quad (2)$$

Από (1) και (2)  $\Rightarrow 2f_1 = 200,5$   
άρα  $f_1 = 100,25 \text{ Hz}$   
και από (2)  $f_2 = 99,75 \text{ Hz}$

Σωστή απάντηση το (ii)

**B3.** Σωστή απάντηση είναι το (iii)



1<sup>η</sup> κρούση με ακίνητο το  $m_2$

$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot v_1, \quad m_2 > m_1, \quad \text{άρα } v_1' < 0$$

$$\text{και } v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \cdot v_1$$

2<sup>η</sup> κρούση με τοίχο (σώμα πολύ μεγάλης μάζας)

$$\text{άρα } v_2'' = -v_2' = \frac{-2m_1}{m_1 + m_2} \cdot v_1$$

πρέπει  $v_1' = v_2''$  για να είναι σταθερή η απόσταση

$$\text{άρα } \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot v_1 = \frac{-2m_1}{m_1 + m_2} \cdot v_1$$

$$\text{άρα } m_1 - m_2 = -2m_1$$

$$3m_1 = m_2$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{3}$$

Σωστή η (iii)

## ΘΕΜΑ Γ

**Γ1.**  $t_1 = 1,4 \text{ s}$       $r_1 = vt_1 = 5 \cdot 1,4 = 7 \text{ m}$

$t_2 = 0,2 \text{ s}$       $r_2 = vt_2 = 5 \cdot 0,2 = 1 \text{ m}$

**Γ2.** Ο φελλός ταλαντώνεται για 3T μέχρι να φτάσει το δεύτερο κύμα.

$$\Delta t = 1,4 - 0,2 = 1,2 \text{ s}$$

$$\Delta t = 3T \Rightarrow T = \frac{\Delta t}{3} = \frac{1,2}{3} = 0,4 \text{ s}$$

$$\text{άρα } \lambda = v \cdot T = 5 \cdot 0,4 = 2 \text{ m}$$

$$A = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m (από τη γραφική παράσταση)}$$

$$\text{για } t < 0,2 \quad y = 0$$

$$\text{για } 0,2 \leq t < 1,4$$

$$y = 5 \cdot 10^{-3} \eta \mu 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{r_2}{\lambda} \right) \Rightarrow$$

$$y = 5 \cdot 10^{-3} \eta \mu 2\pi \left( \frac{t}{0,4} - \frac{1}{2} \right) = 5 \cdot 10^{-3} \eta \mu 2\pi \left( 2,5 t - \frac{1}{2} \right) \quad (\text{SI})$$

$$\text{για } t \geq 1,4 \text{ s}$$



$$A' = 2A = 10^{-2} \text{ m}$$

$$y = 2A \sin 2\pi \left( \frac{t_1 - t_2}{2\lambda} \right) \eta \mu 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{r_1 + r_2}{2\lambda} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = 10^{-2} \sin 2\pi \left( \frac{7-1}{4} \right) \eta \mu 2\pi \left( \frac{t}{0,4} - \frac{1+7}{2 \cdot 2} \right)$$

$$\text{ή } y = 10^{-2} \sin 3\pi \eta \mu 2\pi \left( 2,5t - \frac{8}{4} \right)$$

$$\text{άρα } y = -10^{-2} \eta \mu 2\pi (2,5t - 2) \text{ (SI).}$$

**Γ3.** Έχουμε  $\omega = \frac{2\pi}{T} = 5\pi \text{ rad/s}$  και  $A' = 10^{-2} \text{ m}$

Επειδή  $y = 5\sqrt{3} \cdot 10^{-3} \text{ m} > A$  ο φελλός ταλαντώνεται υπό την επίδραση και των δύο κυμάτων.

Από ΑΔΕΤ

$$E = K + U$$

$$\frac{1}{2} D A'^2 = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} D y^2 \Rightarrow m \omega^2 A'^2 = m v^2 + m \omega^2 y^2$$

$$\omega^2 A'^2 = v^2 + \omega^2 y^2 \Rightarrow v^2 = \omega^2 (A'^2 - y^2)$$

$$\Rightarrow v = \pm \omega \sqrt{A'^2 - y^2} = \pm 5\pi \sqrt{(10^{-2})^2 - (5(3 \cdot 10^{-3}))^2}$$

$$= \pm 5\pi \sqrt{10^{-4} - 75 \cdot 10^{-6}} = \pm 5\pi \sqrt{10^{-4} - 0,75 \cdot 10^{-4}}$$

$$= \pm 5\pi \sqrt{0,25 \cdot 10^{-4}} = \pm 5\pi \frac{1}{2} \cdot 10^{-2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = \pm 2,5\pi \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$$

Άρα το μέτρο της ταχύτητας είναι

$$|v| = 2,5\pi \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$$

**Γ4.** Η ταχύτητα εξαρτάται μόνο από το μέσο διάδοσης, άρα:

$$v_1 = v_2 = v \text{ και}$$

$$v_1 = \lambda_1 \cdot f_1 \Rightarrow \lambda_1 \cdot f_1 = \lambda_2 \cdot f_2 \Rightarrow \lambda_1 \cdot f_1 = \frac{10}{9} \cdot f_1 \cdot \lambda_2 \Rightarrow \lambda_2 = \frac{9}{10} \cdot \lambda_1 \Rightarrow \lambda_2 = \frac{9}{5} \text{ m.}$$

$$A'_2 = \left| 2A \sin \frac{2\pi(r_1 - r_2)}{2\lambda_2} \right| = \left| 2A \sin \frac{\pi \cdot 6}{9/5} \right| = \left| 2A \sin \frac{10\pi}{3} \right| \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A'_2 = \left| 2A \sin \left( \frac{9\pi}{3} + \frac{\pi}{3} \right) \right| = \left| 2A \sin \left( 3\pi + \frac{\pi}{3} \right) \right| = \left| -2A \sin \frac{\pi}{3} \right| \Rightarrow A'_2 = \left| -2A \cdot \frac{1}{2} \right| = A.$$

$$K_1 = \frac{1}{2} \cdot D \cdot (2A)^2 \Rightarrow K_1 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot 4\pi^2 f_1^2 \cdot 4A^2$$

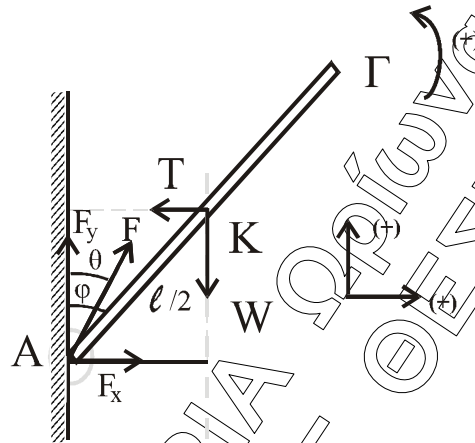
$$K_2 = \frac{1}{2} \cdot D' \cdot A'^2 \Rightarrow K_2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (2\pi f_2)^2 \cdot A'^2 \Rightarrow K_2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot 4\pi^2 \cdot \frac{100}{81} \cdot f_1^2 \cdot A'^2 =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot m \cdot 4\pi^2 \cdot \frac{100}{81} \cdot f_1^2 \cdot A^2.$$

$$\text{Άρα: } \frac{K_1}{K_2} = \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot 4\pi^2 \cdot f_1^2 \cdot 4A^2}{\frac{1}{2} \cdot m \cdot 4\pi^2 \cdot \frac{100}{81} \cdot f_1^2 \cdot A^2} \Rightarrow \frac{K_1}{K_2} = \frac{81}{100} \cdot 4 = \frac{81}{25}$$

## ΘΕΜΑ Δ

### Δ1. Ισοροπία ράβδου



- $\Sigma \tau_{(A)} = 0 \Rightarrow \tau_T - \tau_W = 0 \Rightarrow \tau_T = \tau_W \Rightarrow T \cdot d_1 = W \cdot d_2$  (1)

$$\text{συνφ} = \frac{d_1}{l/2} \Rightarrow d_1 = \frac{l}{2} \cdot \text{συνφ} = \frac{2}{2} \cdot 0,8 = 0,8 \Rightarrow d_1 = 0,8\text{m}$$

$$\text{ημφ} = \frac{d_2}{l/2} \Rightarrow d_2 = \frac{l}{2} \cdot \text{ημφ} = \frac{2}{2} \cdot 0,6 \Rightarrow d_2 = 0,6\text{m}$$

$$\text{Άρα } T \cdot 0,8 = M \cdot g \cdot 0,6 \Rightarrow T \cdot 0,8 = 5,6 \cdot 10 \cdot 0,6 \Rightarrow T = \frac{5,6 \cdot 6}{0,8} \Rightarrow T = 42\text{ N}.$$

- $\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_x - T = 0 \Rightarrow F_x = T = 42\text{ N}.$

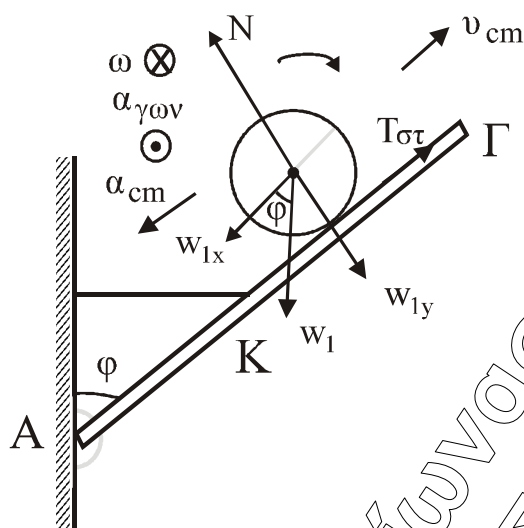
- $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_y - W = 0 \Rightarrow F_y = W = M \cdot g = 5,6 \cdot 10 \Rightarrow F_y = 56\text{ N}.$

$$\text{Άρα } F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{42^2 + 56^2} = \sqrt{1764 + 3136} = \sqrt{4900} \Rightarrow F = 70\text{ N το μέτρο της } \vec{F} \text{ και}$$

$$\text{για τη διεύθυνση της εφθ} = \frac{F_x}{F_y} = \frac{42}{56} = \frac{3}{4} \text{ όπου } \theta \text{ η γωνία που σχηματίζει η } \vec{F} \text{ με την}$$

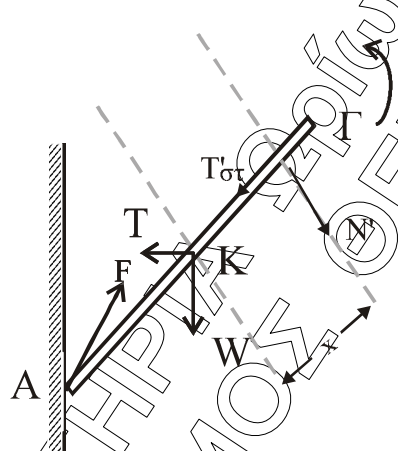
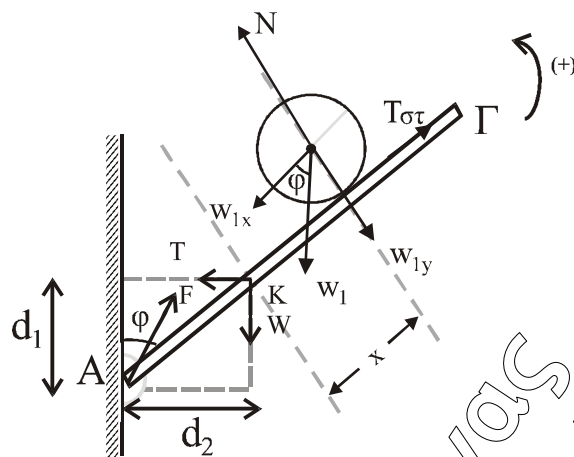
κατακόρυφη διεύθυνση. Επειδή  $\text{εφφ} = \frac{0,6}{0,8} = \frac{3}{4}$  ισχύει  $\varphi = \theta$  άρα η  $F$  έχει τη διεύθυνση της ράβδου.

Δ2. Η κίνηση της σφαίρας είναι επιβραδυνόμενη:



- $\Sigma \tau = I \cdot \alpha_{\gamma\omega\upsilon} \Rightarrow \tau_{T_{\sigma t}} = I \cdot \alpha_{\gamma\omega\upsilon} \Rightarrow T_{\sigma t} \cdot r = \frac{2}{5} \cdot 0,4 \cdot \frac{1}{70} \cdot \alpha_{\gamma\omega\upsilon} \Rightarrow T_{\sigma t} = \frac{0,8}{350} \cdot \alpha_{\gamma\omega\upsilon} \quad (1)$
- $\Sigma F = ma_{cm} \Rightarrow w_{1x} - T_{\sigma t} = m \cdot \alpha_{cm} \Rightarrow m \cdot g \cdot \text{cun}\varphi - \frac{0,8}{350} \alpha_{\gamma\omega\upsilon} = 0,4 \cdot \alpha_{\gamma\omega\upsilon} \cdot r \Rightarrow$   
 $\Rightarrow 0,4 \cdot 10 \cdot 0,8 - \frac{0,8}{350} \cdot \alpha_{\gamma\omega\upsilon} = 0,4 \cdot \alpha_{\gamma\omega\upsilon} \cdot \frac{1}{70} \Rightarrow 4 \cdot 0,8 = \frac{0,8}{350} \cdot \alpha_{\gamma\omega\upsilon} + \frac{0,4}{70} \cdot \alpha_{\gamma\omega\upsilon} \Rightarrow$   
 $\Rightarrow 3,2 = \frac{28}{350} \cdot \alpha_{\gamma\omega\upsilon} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\upsilon} = \frac{350 \cdot 3,2}{28} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\upsilon} = 400 \text{ rad/s}^2.$

Δ3.



Παρατήρηση: Στη ράβδο ασκούνται οι παραπάνω δυνάμεις, οι οποίες είναι: 1) Η αντίδραση της  $T_{\sigma t}$  που δέχεται η σφαίρα  $T'_{\sigma t} = |T_{\sigma t}|$ . Η  $T'_{\sigma t}$  δεν έχει ροπή, γιατί ο φορέας της περνάει από τον άξονα περιστροφής. 2) Η αντίδραση  $N' = |N|$  που δέχεται η ράβδος από τη σφαίρα. Για τη σφαίρα:  $\Sigma F_y = 0$  άρα  $w_{1y} = N = |N'| \Rightarrow |N'| = mg \cdot \eta\mu\phi = 0,4 \cdot 10 \cdot 0,6 \Rightarrow |N'| = 2,4\text{N}$ . 3) Η τάση του νήματος. 4) Το βάρος της ράβδου. 5) Η δύναμη F από την άρθρωση. Η F δεν προκαλεί ροπή γιατί ασκείται στο σημείο περιστροφής.

Ισοροπία ράβδου:

$$\Sigma \tau_{(A)} = 0 \Rightarrow -\tau_{N'} - \tau_W + \tau_T = 0 \Rightarrow \tau_T = \tau_{N'} + \tau_W$$

$$T \cdot d_1 = N' \left( \frac{\ell}{2} + x \right) + w \cdot d_2$$

$$T \cdot 0,8 = 2,4 \left( \frac{2}{2} + x \right) + 56 \cdot 0,6$$

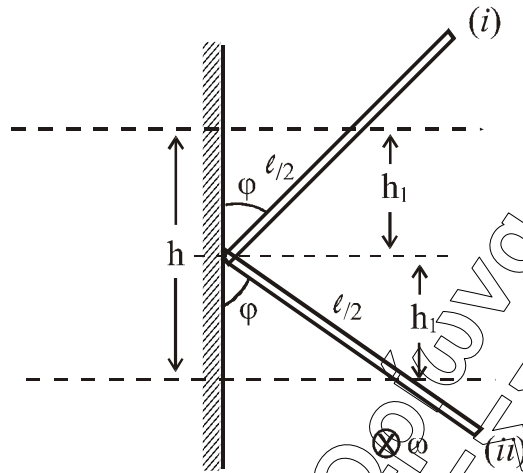
$$T \cdot 0,8 = 2,4 + 2,4 + 33,6$$

$$T = \frac{36 + 2,4}{0,8} \Rightarrow \boxed{T = 45 + 3x} \quad (\text{SI})$$

$$\text{με } 0 \leq x \leq \frac{\ell}{2} \quad \text{ή} \quad \boxed{0 \leq x \leq 1\text{m}}$$

Σχόλιο: Αν ο μαθητής/τρια έγγραψε ότι η ράβδος δέχεται δύναμη από τη σφαίρα ίση με τη συνιστώσα του βάρους της σφαίρας  $W_{1y} = 2,4 \text{ N}$  τότε, βάσει λυμένου παραδείγματος του σχολικού βιβλίου, η απάντησή του θα έπρεπε να θεωρηθεί σωστή.

Δ4.



ΑΔΜΕ (i  $\rightarrow$  ii)

$$K_{\text{αρχ}} + U_{\text{αρχ}} = K_{\text{τελ}} + U_{\text{τελ}}$$

$$Mg \cdot h = \frac{1}{2} I \cdot \omega^2 \quad (1)$$

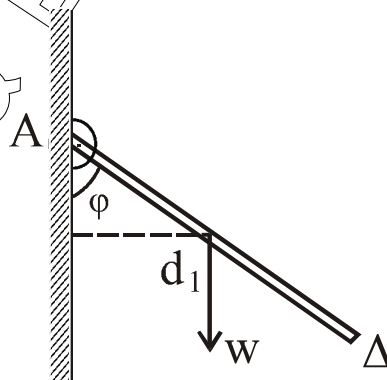
$$\text{όμως } h = 2h_1 = 2 \cdot \frac{l}{2} \cdot \text{συν}\varphi = 2 \cdot \frac{2}{2} \cdot 0,8 \text{ άρα } h = 1,6 \text{ m και}$$

$$I = \frac{1}{3} Ml^2 = \frac{1}{3} \cdot 5,6 \cdot 2^2 = \frac{22,4}{3} \text{ kgm}^2$$

Με αντικατάσταση στην (1)

$$(1) \rightarrow 5,6 \cdot 10 \cdot 1,6 = \frac{1}{2} \cdot \frac{22,4}{3} \cdot \omega^2 \text{ ή } \omega^2 = 24$$

$$\text{άρα } \omega = \sqrt{24} = 2\sqrt{6} \text{ rad/s}$$



$$\frac{dK}{dt} = \Sigma \tau \cdot \omega$$

$$\text{όμως } \Sigma \tau = \omega \cdot d_1 = Mg \frac{l}{2} \cdot \eta \mu \varphi$$

$$\text{ή } \Sigma\tau = 5,6 \cdot 10 \cdot \frac{2}{2} \cdot 0,6$$

$$\text{άρα } \Sigma\tau = 33,6 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$\text{Επομένως } \frac{dK}{dt} = 33,6 \cdot 2\sqrt{6} = 67,2\sqrt{6} \text{ J/s ή W.}$$

Δ5.



Η ροπή αδράνειας του συστήματος είναι:

$$I_{\text{συστ.}} = I_{\rho_1} + I_{\rho_2} = \frac{1}{3} \cdot M \cdot l^2 + \frac{1}{3} \cdot M' \cdot l'^2 \Rightarrow I_{\text{συστ.}} = \frac{1}{3} \cdot 5,6 \cdot 2^2 + \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 5,6 \cdot 2^2 =$$

$$= \frac{22,4}{3} + \frac{67,2}{3} = \frac{89,6}{3} \text{ Kgm}^2 \text{ ή } I_{\text{συστ.}} = 4I.$$

Από ΑΔΣ

$$\vec{L}_{\text{αρχ.}} = \vec{L}_{\text{τέλ.}} \Rightarrow \text{ή αλγεβρικά}$$

$$\Rightarrow L_{\text{αρχ.}} = L_{\text{τέλ.}} \Rightarrow I \cdot \omega = I_{\text{συστ.}} \cdot \omega' \Rightarrow I \cdot 2\sqrt{6} = 4I \cdot \omega' \Rightarrow \omega' = \frac{2\sqrt{6}}{4} = \frac{\sqrt{6}}{2} \text{ rad/s}$$

Για το κλάσμα ισχύει:

$$\frac{\Delta K}{K} = \frac{\frac{1}{2} I_{\text{συστ.}} \cdot \omega'^2 - \frac{1}{2} I \cdot \omega^2}{\frac{1}{2} I \cdot \omega^2} = \frac{I_{\text{συστ.}} \cdot \omega'^2}{I \cdot \omega^2} - 1 = \frac{4 \cdot I \cdot \omega'^2}{I \cdot \omega^2} - 1 = 4 \cdot \frac{\left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right)^2}{(2\sqrt{6})^2} - 1 = 4 \cdot \frac{1}{16} - 1 =$$

$$= \frac{1}{4} - 1 = -0,75.$$

Άρα το ποσοστό απώλειας είναι 75%.