	ΑΠΟ 16/10/2016 ΕΩΣ 30/10/2016
	1η ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ

ΤΑΞΗ: Β΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ Β ΛΥΚΕΙΟΥ

Ημερομηνία: Παρασκευή 28 Οκτωβρίου 2016
Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Να δώσετε τους ορισμούς των:

- α) Γνησίως φθίνουσα συνάρτηση
- β) Ολικό ελάχιστο συνάρτησης
- γ) Άρτια συνάρτηση.

Μονάδες 15

A2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν ως Σωστές ή Λάθος.

- α.** Η συνάρτηση f έχει μέγιστο στο $x_0 \in A$, όταν: $f(x) \leq f(x_0)$ για κάθε $x \in A$
- β.** Μία συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το A λέγεται περιττή, αν για κάθε $x \in A$ ισχύει $-x \in A$ και $f(-x) = f(x)$
- γ.** Η συνάρτηση $f(x) = -7x + 42$ έχει πεδίο ορισμού το \mathbb{R} και για οποιουσδήποτε $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ με $x_1 < x_2$ ισχύει $f(x_1) > f(x_2)$. Άρα η f είναι γνησίως φθίνουσα στο \mathbb{R} .

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 - 5$, $x \in \mathbb{R}$.

B1. Να δείξετε ότι η f παρουσιάζει ελάχιστο στο $x = 0$.

Μονάδες 8

B2. Είναι η f άρτια συνάρτηση; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 8

B3. Με ποια μετατόπιση της $g(x) = x^2$ προκύπτει η C_f ;

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Να λυθεί το σύστημα $\begin{cases} x^2 + y^2 = 29 \\ x + y = 7 \end{cases}$

Μονάδες 9

Γ2. Να μελετηθούν ως προς την μονοτονία οι συναρτήσεις:

α) $f(x) = -x - 8$

β) $f(x) = 7 - \sqrt{1-x}$

Μονάδες 8

Γ3. Να εξετάσετε αν οι παρακάτω συναρτήσεις είναι άρτιες η περιττές.

α) $f(x) = 6x^5 + 4x^3 + 2x$

β) $f(x) = 3x^2 - 7|x| + 1$

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{8-x} - \sqrt{8+x}$

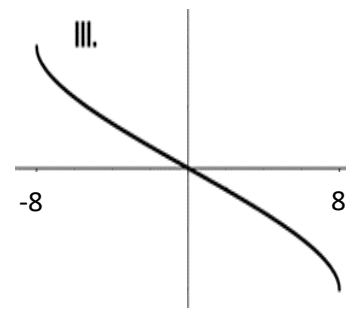
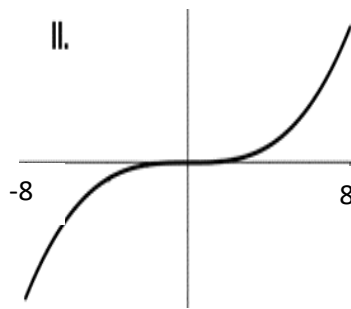
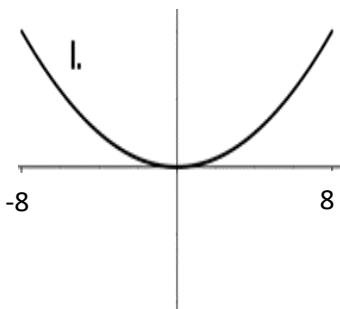
Δ1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f .

Μονάδες 5


Δ2. Να εξετάσετε αν η f είναι άρτια ή περιττή.

Μονάδες 8

Δ3. Αν η συνάρτηση f είναι γνησίως φθίνουσα στο πεδίο ορισμού της, να επιλέξετε ποια από τις παρακάτω τρεις προτεινόμενες, είναι η γραφική της παράσταση και στη συνέχεια να υπολογίσετε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της.




Μονάδες 7

	ΑΠΟ 16/10/2016 ΕΩΣ 30/10/2016
	1η ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ

Δ4. Να αιτιολογήσετε γραφικά ή αλγεβρικά, γιατί οι συναρτήσεις $g(x) = f(x) - 3$ και $h(x) = f(x+3)$ δεν είναι ούτε άρτιες ούτε περιττές.

Μονάδες 5

	ΑΠΟ 16/10/2016 ΕΩΣ 30/10/2016
	1η ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ

ΤΑΞΗ: Β΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ Β ΛΥΚΕΙΟΥ

Ημερομηνία: Παρασκευή 28 Οκτωβρίου 2016
Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Θεωρία

A2. α Σωστό

β Λάθος

γ Σωστό

ΘΕΜΑ Β

B1. Για να παρουσιάζει η f ελάχιστο στο $x=0$ πρέπει να ισχύει $f(x) \geq f(0)$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$, δηλαδή $f(x) \geq f(0) \Leftrightarrow x^2 - 5 \geq -5 \Leftrightarrow x^2 \geq 0$ που ισχύει για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

B2. Για κάθε $x \in \mathbb{R}$ ισχύει $-x \in \mathbb{R}$ και $f(-x) = (-x)^2 - 5 = x^2 - 5 = f(x)$. Άρα η f είναι άρτια.

B3. Η C_f προκύπτει αν μετατοπίσουμε την $g(x) = x^2$ κατακόρυφα κατά 5 μονάδες προς τα κάτω.

ΘΕΜΑ Γ

$$\Gamma 1. \begin{cases} x^2 + y^2 = 29 & (1) \\ x + y = 7 & (2) \end{cases}$$

Έχουμε: (2) $\Leftrightarrow y = 7 - x$. Οπότε (1) $\Leftrightarrow x^2 + (7 - x)^2 = 29 \Leftrightarrow x^2 + 49 - 14x + x^2 = 29 \Leftrightarrow$

$$2x^2 - 14x + 20 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 7x + 10 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \text{ ή } x = 5.$$

Για $x = 2$, $y = 7 - 2 = 5$ και για $x = 5$, $y = 7 - 5 = 2$.

Γ2. α) $A_f = \mathbb{R}$. Για κάθε $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ με $x_1 < x_2$ έχουμε

$$x_1 < x_2 \Leftrightarrow -x_1 > -x_2 \Leftrightarrow -x_1 - 8 > -x_2 - 8 \Leftrightarrow f(x_1) > f(x_2).$$

Άρα η f είναι γνησίως φθίνουσα.

β) $A_f = (-\infty, 1]$. Για κάθε $x_1, x_2 \in A_f$ με $x_1 < x_2$ έχουμε

$$\begin{aligned} x_1 < x_2 &\Leftrightarrow -x_1 > -x_2 \Leftrightarrow 1 - x_1 > 1 - x_2 \Leftrightarrow \sqrt{1 - x_1} > \sqrt{1 - x_2} \Leftrightarrow -\sqrt{1 - x_1} < -\sqrt{1 - x_2} \Leftrightarrow \\ &7 - \sqrt{1 - x_1} < 7 - \sqrt{1 - x_2} \Leftrightarrow f(x_1) < f(x_2). \end{aligned}$$

Άρα η f είναι γνησίως αύξουσα.

Γ3. α) $A = \mathbb{R}$. Για κάθε $x \in A$ ισχύει $-x \in A$ και

$$f(-x) = 6(-x)^5 + 4(-x)^3 + 2(-x) = -6x^5 - 4x^3 - 2x = -(6x^5 + 4x^3 + 2x) = -f(x)$$

Άρα η f είναι περιττή.

β) $A = \mathbb{R}$. Για κάθε $x \in A$ ισχύει $-x \in A$ και

$$f(-x) = 3(-x)^2 - 7|-x| + 1 = 3x^2 - 7|x| + 1 = f(x)$$

Άρα η f είναι άρτια.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Πρέπει και αρκεί $(8 - x \geq 0$ και $8 + x \geq 0) \Leftrightarrow (x \leq 8$ και $x \geq -8) \Leftrightarrow -8 \leq x \leq 8$. Άρα $A = [-8, 8]$.

Δ2. Για κάθε $x \in A$ ισχύει $-x \in A$ και

$$f(-x) = \sqrt{8 - (-x)} - \sqrt{8 + (-x)} = \sqrt{8 + x} - \sqrt{8 - x} = -(\sqrt{8 - x} - \sqrt{8 + x}) = -f(x).$$

Άρα η f είναι περιττή

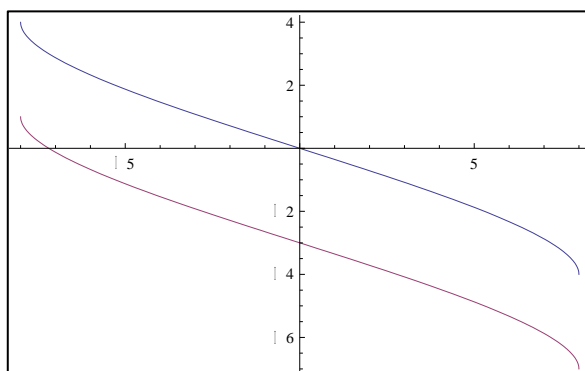
Δ3. Η μοναδική γνησίως φθίνουσα συνάρτηση είναι η τρίτη. Έχει μέγιστη τιμή την

$$f(-8) = \sqrt{8+8} - \sqrt{8-8} = 4 \text{ και ελάχιστη τιμή την } f(8) = \sqrt{8-8} - \sqrt{8+8} = -4$$

Δ4. Η γραφική παράσταση της $g(x) = f(x) - 3$ προκύπτει από την γραφική παράσταση της C_f αν την μετατοπίσουμε κατά 3 μονάδες προς τα κάτω όπως φαίνεται στο παρακάτω

1η ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ

σχήμα. Η C_g δεν είναι ούτε συμμετρική ως προς τον άξονα $y'y$, ούτε ως προς την αρχή των αξόνων. Άρα δεν είναι άρτια ούτε περιττή.



Η γραφική παράσταση της $h(x) = f(x+3)$ προκύπτει από την γραφική παράσταση της C_f αν την μετατοπίσουμε κατά 3 μονάδες προς τα αριστερά όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Η C_h δεν είναι ούτε συμμετρική ως προς τον άξονα $y'y$, ούτε ως προς την αρχή των αξόνων. Άρα δεν είναι άρτια ούτε περιττή.

