	ΑΠΟ 21/10/2017 ΕΩΣ 11/11/2017
	<b>1η ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ</b>

**ΤΑΞΗ:** Α΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ  
**ΜΑΘΗΜΑ:** ΑΛΓΕΒΡΑ

**Ημερομηνία: Κυριακή 29 Οκτωβρίου 2017**  
**Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες**

## ΘΕΜΑΤΑ

### ΘΕΜΑ Α

**A1.** Να αποδείξετε ότι  $|\alpha + \beta| \leq |\alpha| + |\beta|$  για κάθε  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ .

**Μονάδες 10**

**A2.** Να γράψετε τον αλγεβρικό ορισμό της απόλυτης τιμής ενός πραγματικού αριθμού  $a$ .

**Μονάδες 5**

**A3.** Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές (Σ) ή λανθασμένες (Λ).

- i. Αν οι αριθμοί  $\alpha, \beta$  είναι αντίστροφοι τότε  $(\alpha \cdot \beta)^9 = 1$ .
- ii.  $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta$
- iii. Για οποιουσδήποτε αριθμούς  $\alpha, \beta$  και θετικό ακέραιο  $n$ , ισχύει η ισοδυναμία:  
 $\alpha^n > \beta^n \Leftrightarrow \alpha > \beta$ .
- iv.  $|-a| - |a| = 0$
- v. Για  $\rho > 0$  ισχύει:  $|x| > \rho \Leftrightarrow x \in (-\infty, -\rho) \cup (\rho, +\infty)$ .

**Μονάδες 10**

### ΘΕΜΑ Β

**B1.** Δίνονται οι μη μηδενικοί πραγματικοί αριθμοί  $\alpha$  και  $\beta$ , όπου  $\alpha \cdot \beta = 1$


Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:  $A = \frac{\alpha^{22} \cdot (\beta^3)^8}{\alpha^{-2} \cdot (\alpha\beta)^{25}}$ .

**Μονάδες 8**

**B2.** Έστω  $x, y$  πραγματικοί αριθμοί ώστε να ισχύει:  $\frac{4x + 5y}{x - 4y} = -2$

- i. Να αποδείξετε ότι  $y = 2x$ .

**Μονάδες 8**

	ΑΠΟ 21/10/2017 ΕΩΣ 11/11/2017
	<b>1η ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ</b>

ii. Αν  $y = 2x$  να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης  $B = \frac{2x^2 + 3y^2 + xy}{xy}$

**Μονάδες 9**

### **ΘΕΜΑ Γ**

**Γ1.** Αν  $1 < x < 3$  και  $4 < y < 5$  να βρείτε τα όρια μεταξύ των οποίων περιέχεται η τιμή καθεμιάς από τις παραστάσεις:

i.  $3x - 6y$

ii.  $\frac{x}{y}$

iii.  $x^2 - y^2$

**Μονάδες 15**

**Γ2.** Να γράψετε την παράσταση  $A = |x - 3| - |2 - y| + |x| + |y - 4|$  χωρίς το σύμβολο της απόλυτης τιμής.

**Μονάδες 10**

### **ΘΕΜΑ Δ**

**Δ1.** Να αποδείξετε ότι :

$$2x^2 + 4xy + 4y^2 + 4x + 4 \geq 0$$


**Μονάδες 9**

**Δ2.** Αν  $2x^2 + 4xy + 4y^2 + 4x + 4 = 0$ , να βρείτε τους πραγματικούς αριθμούς  $x$  και  $y$ .

**Μονάδες 10**

**Δ3.** Να αποδείξετε ότι  $|x + 3| + |y - 2| = 2$ .

**Μονάδες 6**

	ΑΠΟ 21/10/2017 ΕΩΣ 11/11/2017
	<b>1η ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ</b>

**ΤΑΞΗ:** Α΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ  
**ΜΑΘΗΜΑ:** ΑΛΓΕΒΡΑ

**Ημερομηνία: Κυριακή 29 Οκτωβρίου 2018**  
**Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες**

## ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

### ΘΕΜΑ Α

**A1.** Θεωρία

**A2.** Θεωρία

**A3.** Σ-Σ-Λ-Σ-Σ

### ΘΕΜΑ Β

**B1.**

Είναι  $\alpha \cdot \beta = 1$

$$A = \frac{\alpha^{22} \cdot (\beta^3)^8}{\alpha^{-2} \cdot (\alpha\beta)^{25}} = \frac{\alpha^{22} \cdot \beta^{24}}{\alpha^{-2} \cdot \alpha^{25} \cdot \beta^{25}} = \alpha^{22+2-25} \cdot \beta^{24-25} = \alpha^{-1} \cdot \beta^{-1} = \frac{1}{\alpha\beta} = \frac{1}{1} = 1$$

**B2.**

**i)**

$$\frac{4x+5y}{x-4y} = -2 \Leftrightarrow -2x+8y = 4x+5y \Leftrightarrow 3y = 6x \Leftrightarrow y = 2x$$

**ii)**

$$B = \frac{2x^2+3y^2+xy}{xy} = \frac{2x^2+3(2x)^2+2x \cdot x}{x \cdot 2x} = \frac{2x^2+3 \cdot 4x^2+4x^2}{2x^2} = \frac{6x^2+12x^2}{2x^2} = \frac{18x^2}{2x^2} = 9$$

**ΘΕΜΑ Γ****Γ1.**

$$\text{i) } 1 < x < 3 \Leftrightarrow 3 \cdot 1 < 3x < 3 \cdot 3 \Leftrightarrow 3 < 3x < 9 \quad (1)$$

$$4 < y < 5 \Leftrightarrow -6 \cdot 4 > -6y > -6 \cdot 5 \Leftrightarrow -24 > -6y > -30 \Leftrightarrow -30 < -6y < -24 \quad (2)$$

$$\text{Άρα από τις (1)+(2) } 3 - 30 < 3x - 6y < 9 - 24 \Leftrightarrow -27 < 3x - 6y < -15$$

$$\text{ii) Πολλαπλασιάζουμε τις ανισώσεις : } \left. \begin{array}{l} 1 < x < 3 \\ \text{και} \\ \frac{1}{5} < \frac{1}{y} < \frac{1}{4} \end{array} \right\} \frac{1}{4} < \frac{x}{y} < \frac{3}{5}$$

$$\text{iii) } 1 < x < 3 \Leftrightarrow 1^2 < x^2 < 3^2 \Leftrightarrow 1 < x^2 < 9 \text{ και } 4 < y < 5 \Leftrightarrow 4^2 < y^2 < 5^2 \Leftrightarrow 16 < y^2 < 25$$

$$\text{Προσθέτουμε τις σχέσεις κατά μέλη. Οπότε : } 1 + 16 < x^2 + y^2 < 9 + 25 \Leftrightarrow 17 < x^2 + y^2 < 34$$

**Γ2.**

$$\text{Είναι: } 1 < x < 3 \Leftrightarrow 1 - 3 < x - 3 < 3 - 3 \Leftrightarrow -2 < x - 3 < 0 \text{ και}$$

$$4 < y < 5 \Leftrightarrow -4 > -y > -5 \Leftrightarrow 2 - 4 > 2 - y > 2 - 5 \Leftrightarrow -2 > 2 - y > -3, \text{ δηλαδή } 2 - y < 0,$$

Το  $x > 0$ , και  $y - 4 > 0$

Άρα :

$$A = |x - 3| - |2 - y| + |x| + |y - 4| = -(x - 3) + (2 - y) + x + y - 4 = -x + 3 + 2 - y + x + y - 4 = 1.$$

**ΘΕΜΑ Δ****Δ1.**

$$2x^2 + 4xy + 4y^2 + 4x + 4 \geq 0 \Leftrightarrow x^2 + x^2 + 4xy + 4y^2 + 4x + 4 \geq 0 \Leftrightarrow (x + 2)^2 + (x + 2y)^2 \geq 0$$

Ισχύει γιατί  $(x + 2)^2 \geq 0$  και  $(x + 2y)^2 \geq 0$ .

$$\text{Δ2. } 2x^2 + 4xy + 4y^2 + 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow (x + 2)^2 + (x + 2y)^2 = 0$$

Θα πρέπει :

**1η ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ**

$$x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -2 \text{ και } x + 2y = 0 \Leftrightarrow y = -\frac{x}{2} = -\frac{-2}{2} = 1$$

**Δ3.**  $|x+3|+|y-2| = |-2+3|+|1-2| = |1|+|-1| = 1+1 = 2$