	ΑΠΟ 21/10/2017 ΕΩΣ 11/11/2017
	1η ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ

ΤΑΞΗ: Β΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ Β ΛΥΚΕΙΟΥ

Ημερομηνία: Κυριακή 29 Οκτωβρίου 2017
Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Να δώσετε τους ορισμούς των:

- α) Ολικό μέγιστο συνάρτησης
- β) Γνησίως αύξουσα συνάρτηση
- γ) Περιττή συνάρτηση.

Μονάδες 15

A2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν ως Σωστές ή Λάθος.

- α.** Η συνάρτηση f έχει μέγιστο στο $x_0 \in A$, όταν: $f(x) \geq f(x_0)$ για κάθε $x \in A$.
- β.** Μία συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το A λέγεται περιττή, αν για κάθε $x \in A$ ισχύει $-x \in A$ και $f(-x) = -f(x)$.
- γ.** Η συνάρτηση $f(x) = -3x + 4$ έχει πεδίο ορισμού το \mathbb{R} και για οποιουσδήποτε $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ με $x_1 < x_2$ ισχύει $f(x_1) > f(x_2)$. Άρα η f είναι γνησίως φθίνουσα στο \mathbb{R} .

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

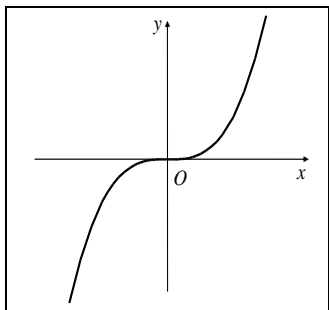
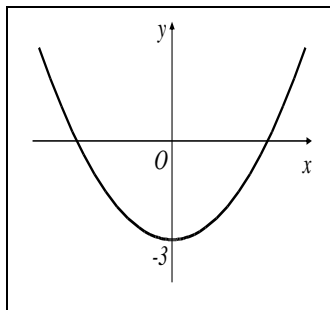
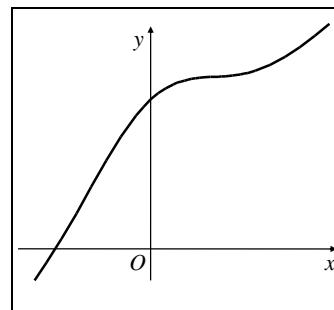
B1 α) Να βρείτε ποιες από τις παρακάτω γραμμές είναι γραφικές παραστάσεις άρτιας και ποιες περιττής συνάρτησης.

β) Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία καθεμία από τις παρακάτω συναρτήσεις είναι:

- i) γνησίως αύξουσα και
- ii) γνησίως φθίνουσα

1η ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ

γ) Να προσδιορίσετε τα ολικά ακρότατα (αν υπάρχουν) των συναρτήσεων καθώς και τις θέσεις των ακροτάτων αυτών.


 $y = f(x)$

 $y = g(x)$

 $y = h(x)$

Μονάδες 13

B2 . Να λυθεί το σύστημα $\begin{cases} -3x + 5y = -2 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$ με τη μέθοδο των οριζουσών.

Μονάδες 12

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{\alpha x}{x^2 - 1}$, της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από το σημείο $M(2,2)$.

i) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f .

ii) Να βρεθεί το α .


iii) Αν $\alpha=3$, να βρεθούν τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της f με τους άξονες $x'x$ και $y'y$.

iv) Αν $\alpha=3$, να εξετάσετε αν η συνάρτηση f είναι περιττή ή άρτια.

Μονάδες 16

Γ2. Να λυθεί το σύστημα $\begin{cases} x + y = -1 \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$

Μονάδες 9

	ΑΠΟ 21/10/2017 ΕΩΣ 11/11/2017
	1η ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = -2x^3 - 5x$

Δ1. Να δείξετε ότι η συνάρτηση f είναι γνησίως φθίνουσα.

Μονάδες 7

Δ2. Να δείξετε ότι η γραφική παράσταση της f έχει κέντρο συμμετρίας την αρχή των αξόνων.

Μονάδες 6

Δ3. Να λύσετε την ανίσωση $f(x-6) < f(2-3x)$.


Μονάδες 4

Δ4. Να βρείτε την τιμή $f(1)$ και στη συνέχεια, να λύσετε την ανίσωση $f(x) + 7 \leq 0$.

Μονάδες 4

Δ5. Να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης g της οποίας η γραφική παράσταση προκύπτει από δύο διαδοχικές μετατοπίσεις της γραφικής παράστασης της f , κατά 2 μονάδες προς τα δεξιά και κατά 1 μονάδα προς τα πάνω.

Μονάδες 4

	ΑΠΟ 21/10/2017 ΕΩΣ 11/11/2017
	1η ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ

ΤΑΞΗ: Β΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ Β ΛΥΚΕΙΟΥ

Ημερομηνία: Κυριακή 29 Οκτωβρίου 2017
Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Θεωρία **A2.** α Λάθος β Σωστό γ Σωστό

ΘΕΜΑ Β

B1.

α) Η f είναι περιττή.

Η g είναι άρτια.

Η h δεν είναι ούτε άρτια, ούτε περιττή.

β) Η f είναι γνησίως αύξουσα στο \mathbb{R} .

Η g είναι γνησίως φθίνουσα στο $(-\infty, 0]$ και γνησίως αύξουσα στο $[0, +\infty)$.

Η h είναι γνησίως αύξουσα στο \mathbb{R} .

γ) Η f δεν παρουσιάζει ούτε ολικό μέγιστο ούτε ολικό ελάχιστο.

Η g παρουσιάζει ολικό ελάχιστο για $x=0$ το $f(0)=-3$ και δεν παρουσιάζει ολικό μέγιστο.

Η h δεν παρουσιάζει ούτε ολικό μέγιστο ούτε ολικό ελάχιστο.

B2. Έχουμε
$$\begin{cases} -3x + 5y = -2 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$$

	ΑΠΟ 21/10/2017 ΕΩΣ 11/11/2017
	1η ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ

Είναι

$$D = \begin{vmatrix} -3 & 5 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = 3 - 10 = -7, \quad D_x = \begin{vmatrix} -2 & 5 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} = 2 - 15 = -13, \quad D_y = \begin{vmatrix} -3 & -2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = -9 + 4 = -5$$

Επειδή $D \neq 0$, το σύστημα έχει μοναδική λύση τη:

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{-13}{-7} = \frac{13}{7}, \quad y = \frac{D_y}{D} = \frac{-5}{-7} = \frac{5}{7}$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1.

i) Πρέπει και αρκεί $x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -1$ και $x \neq 1$, οπότε $A = \mathbb{R} - \{-1, 1\}$

ii) Η γραφική παράσταση διέρχεται από το σημείο $M(2,2)$ άρα ισχύει

$$f(2) = 2 \Leftrightarrow \frac{\alpha \cdot 2}{4 - 1} = 2 \Leftrightarrow 2\alpha = 6 \Leftrightarrow \alpha = 3$$

iii) Σημεία τομής με τον άξονα $x'x$: $f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{3x}{x^2 - 1} = 0 \Leftrightarrow 3x = 0 \Leftrightarrow x = 0$, άρα το $O(0,0)$.

Σημεία τομής με τον άξονα $y'y$: $f(0) = \frac{3 \cdot 0}{0 - 1} = 0$, άρα το $O(0,0)$.

iv) Για κάθε $x \in A$ ισχύει $-x \in A$ και

$$f(-x) = \frac{3(-x)}{(-x)^2 - 1} = \frac{-3x}{x^2 - 1} = -f(x)$$

Άρα η f είναι περιττή

	ΑΠΟ 21/10/2017 ΕΩΣ 11/11/2017
	1η ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ

Γ2. Έχουμε:

$$\begin{aligned} \begin{cases} x+y=-1 \\ x^2+y^2=1 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} y=-1-x \\ x^2+y^2=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-1-x \\ x^2+(-1-x)^2=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-1-x \\ x^2+1+2x+x^2=1 \end{cases} \Leftrightarrow \\ \begin{cases} y=-1-x \\ 2x^2+2x=0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} y=-1-x \\ 2x(x+1)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-1-x \\ x=0 \text{ ή } x=-1 \end{cases} \end{aligned}$$

Για $x=0$, $y=-1$ και για $x=-1$, $y=-1-(-1)=0$ άρα $(x,y)=(0,-1)$ ή $(x,y)=(-1,0)$.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. $D_f = \mathbb{R}$. Για κάθε $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ με $x_1 < x_2$, έχουμε:

$$x_1^3 < x_2^3 \Rightarrow -2x_1^3 > -2x_2^3 \quad \text{και} \quad -5x_1 > -5x_2$$

$$\text{άρα} \quad -2x_1^3 - 5x_1 > -2x_2^3 - 5x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$$

Επομένως η f είναι γνησίως φθίνουσα στο \mathbb{R} .

Δ2. Για κάθε $x \in \mathbb{R}$ ισχύει $-x \in \mathbb{R}$ και

$$f(-x) = -2(-x)^3 - 5(-x) = 2x^3 + 5x = -(-2x^3 - 5x) = -f(x).$$

Άρα η f είναι περιττή, επομένως η γραφική παράσταση της f έχει κέντρο συμμετρίας την αρχή των αξόνων.

Δ3. $f(x-6) < f(2-3x) \stackrel{f \downarrow}{\Leftrightarrow} x-6 > 2-3x \Leftrightarrow 4x > 8 \Leftrightarrow x > 2$

Δ4. $f(1) = -2 \cdot 1^3 - 5 \cdot 1 = -2 - 5 = -7$ οπότε:

$$f(x) + 7 \leq 0 \Leftrightarrow f(x) \leq -7 \Leftrightarrow f(x) \leq f(1) \stackrel{f \downarrow}{\Leftrightarrow} x \geq 1.$$

Δ5. $g(x) = f(x-2) + 1 = -2(x-2)^3 - 5(x-2) + 1$

1η ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ