

	ΑΠΟ 23/12/2017 ΕΩΣ 05/01/2018
	2η ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ

ΤΑΞΗ: Α΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

Ημερομηνία: Τετάρτη 3 Ιανουαρίου 2018
Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΘΕΜΑΤΑ

A1. Να αποδείξετε ότι αν η εξίσωση $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$, $\alpha \neq 0$ έχει ρίζες πραγματικές τις x_1, x_2 , τότε $x_1 + x_2 = -\frac{\beta}{\alpha}$ και $x_1 \cdot x_2 = \frac{\gamma}{\alpha}$.

Μονάδες 6

A2. Τι ονομάζεται n -οστή ρίζα ενός μη αρνητικού αριθμού;

Μονάδες 7

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Ισχύει $|\alpha| + |- \alpha| = 0$ για κάθε $\alpha \in \mathbb{R}$.

β) $\sqrt[n]{\alpha \cdot \beta} = \sqrt[n]{\alpha} \cdot \sqrt[n]{\beta}$ όταν $\alpha \cdot \beta \geq 0$.

γ) Υπάρχει τιμή του πραγματικού αριθμού λ ώστε η εξίσωση $(\lambda - 2) \cdot x = \lambda^2 - 4$, να είναι αδύνατη.

δ) Η εξίσωση με άθροισμα ριζών S και γινόμενο P έχει τη μορφή $x^2 + Sx + P = 0$.

Μονάδες 12

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η παράσταση $A = |x-1| + |y-3|$, με x, y πραγματικούς αριθμούς, για τους οποίους ισχύει: $1 < x < 4$ και $2 < y < 3$.

Να αποδείξετε ότι:

2η ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ

B1. $A = x - y + 2.$

Μονάδες 13

B2. $0 < A < 4.$

Μονάδες 12**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνονται οι παραστάσεις $A = \frac{3}{\sqrt{7}-2} + \frac{3}{\sqrt{7}+2}$ και $B = \sqrt{9+4\sqrt{5}} - \sqrt{9-4\sqrt{5}}$

Γ1. Να δείξετε ότι : $A = 2\sqrt{7}$

Μονάδες 10

Γ2. Να υπολογίσετε τα αναπτύγματα $(2+\sqrt{5})^2, (2-\sqrt{5})^2$

Μονάδες 5

Γ3. Να δείξετε ότι : $B = 4$

Μονάδες 10**ΘΕΜΑ Δ**

Έστω ρ η ακέραια ρίζα της εξίσωσης $4x^2 - 7x - 2 = 0.$

Δ1. Να βρείτε τον αριθμό $\rho.$

Μονάδες 6

Δ2. Να λύσετε την εξίσωση $x^2 - |x| - \rho = 0.$


Μονάδες 6

Δ3. Να βρείτε τον πραγματικό αριθμό λ ώστε η εξίσωση $\lambda x^2 - 2\rho x + 1 = 0$ να έχει διπλή ρίζα. Στη συνέχεια να βρείτε τη διπλή ρίζα.

Μονάδες 7

Δ4. Να λύσετε την εξίσωση $|2x - 6| = \rho.$

Μονάδες 6

	ΑΠΟ 23/12/2017 ΕΩΣ 05/01/2018
	2η ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ

ΤΑΞΗ: Α΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

Ημερομηνία: Τετάρτη 3 Ιανουαρίου 2018
Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1 ΘΕΩΡΙΑ

A2. ΘΕΩΡΙΑ

A3. 1-Λ, 2-Σ, 3-Σ, 4-Λ

ΘΕΜΑ Β

B1. Είναι $x-1 > 0$ και $y-3 < 0$ άρα $A = |x-1| + |y-3| = x-1 - (y-3) = x-1-y+3 = x-y+2$

B2. Είναι $1 < x < 4$ (1) και $2 < y < 3 \Leftrightarrow -2 > -y > -3 \Leftrightarrow -3 < -y < -2$ (2)

Προσθέτουμε (1)+(2) κατά μέλη, άρα:

$$1-3 < x-y < 4-2 \Leftrightarrow -2 < x-y < 2 \xrightarrow{+2} -2+2 < x-y+2 < 2+2 \Leftrightarrow 0 < x-y+2 < 4 \Leftrightarrow 0 < A < 4$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Είναι

$$A = \frac{3}{\sqrt{7}-2} + \frac{3}{\sqrt{7}+2} = \frac{3(\sqrt{7}+2)}{(\sqrt{7}-2)(\sqrt{7}+2)} + \frac{3(\sqrt{7}-2)}{(\sqrt{7}-2)(\sqrt{7}+2)} = \frac{3\sqrt{7}+6+3\sqrt{7}-6}{\sqrt{7}^2-4} = \frac{6\sqrt{7}}{3} = 2\sqrt{7}$$

Γ2.

$$(2+\sqrt{5})^2 = 4+4\sqrt{5}+5 = 9+4\sqrt{5}$$

$$(2-\sqrt{5})^2 = 4-4\sqrt{5}+5 = 9-4\sqrt{5}$$

	ΑΠΟ 23/12/2017 ΕΩΣ 05/01/2018
	2η ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ

Γ3.

$$B = \sqrt{9+4\sqrt{5}} - \sqrt{9-4\sqrt{5}} = \sqrt{(2+\sqrt{5})^2} - \sqrt{(2-\sqrt{5})^2} = |2+\sqrt{5}| - |2-\sqrt{5}| = 2+\sqrt{5} + 2-\sqrt{5} = 4$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Είναι

$$\Delta = (-7)^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-2) = 49 + 32 = 81 \quad \text{άρα}$$

$$x_1 = \frac{7+9}{8} = 2 = \rho \quad \text{και}$$

$$x_2 = \frac{7-9}{4} = -\frac{1}{2} \quad \text{που δεν είναι ακέραια ρίζα άρα απορρίπτεται.}$$

Δ2. Είναι :

$$|x|^2 - |x| - 2 = 0$$

Θέτω

$$|x| = \omega \geq 0$$

$$\text{Άρα } \omega^2 - \omega - 2 = 0 \quad \omega = 1 \Leftrightarrow |x| = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1 \quad \text{και } |x| = -2 \text{ αδύνατη}$$

Δ3.

$$\text{Είναι } \lambda x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$\text{Θα πρέπει } \Delta = 0 \Leftrightarrow 16 - 4\lambda = 0 \Leftrightarrow \lambda = 4$$

$$\text{Άρα } 4x^2 - 4x + 1 = 0 \text{ οπότε } x_0 = \frac{-(-4)}{2 \cdot 4} = \frac{1}{2}$$

Δ4.

$$|2x - 6| = 2$$

$$2x - 6 = 2 \quad \text{ή} \quad 2x - 6 = -2$$

$$\Leftrightarrow 2x = 8 \quad \Leftrightarrow 2x = 4$$

$$\Leftrightarrow x = 4 \quad \Leftrightarrow x = 2$$