	ΑΠΟ 02/04/2018 ΕΩΣ 14/04/2018
	3η ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ

ΤΑΞΗ: Α΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

Ημερομηνία: Σάββατο 14 Απριλίου 2018
Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΘΕΜΑΤΑ

ΘΕΜΑ Α

A1. i) Πότε μια ακολουθία λέγεται αριθμητική πρόοδος;

ii) Να γράψετε τον n -οστό όρο της αριθμητικής προόδου.

Μονάδες 10

A2. Τι ονομάζεται συνάρτηση;

Μονάδες 5

A3. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές (Σ) ή λανθασμένες (Λ).

- i. Αν $\alpha = 0$ και $\beta \neq 0$ τότε η $ax + \beta = 0$, έχει ακριβώς μία λύση.
- ii. Ισχύει $|\alpha + \beta| = |\alpha| + |\beta|$, αν $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$
- iii. Αν η εξίσωση $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$, $\alpha \neq 0$, έχει μια διπλή ρίζα, τότε $\Delta = 0$
- iv. Αν S και P είναι το άθροισμα και το γινόμενο δύο αριθμών αντίστοιχα, η εξίσωση που έχει ρίζες αυτούς τους αριθμούς είναι η $x^2 + Sx + P = 0$
- v. Αν α, β, γ είναι οι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου τότε $\beta^2 = \alpha \cdot \gamma$

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β


Έστω οι αριθμοί $\alpha = 3x + 5$, $\beta = x - 1$, $\gamma = x + 3$

B1. Να βρείτε το x ώστε οι παραπάνω αριθμοί να είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου με την σειρά που δίνονται.

Μονάδες 8

B2. Αν $x = -5$ να βρείτε τη διαφορά.

Μονάδες 5

	ΑΠΟ 02/04/2018 ΕΩΣ 14/04/2018
	3η ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ

B3. Αν ο πρώτος όρος είναι ο a , να υπολογίσετε τον 12^ο όρο και το άθροισμα των 20 πρώτων όρων.

Μονάδες 12

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται το τριώνυμο $f(x) = \lambda x^2 - 2(\lambda - 1)x + \lambda - 3$

Γ1. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση $f(x) = 0$, έχει διακρίνουσα $\Delta = 4\lambda + 4$

Μονάδες 9

Γ2. Για $\lambda = 3$ να λυθεί η ανίσωση $f(x) > 0$

Μονάδες 8

Γ3. Για $\lambda = -1$ να λυθεί η εξίσωση $f(x) = 0$

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{3x - 9}{x^2 - 4x + 3}$

Δ1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού.

Μονάδες 5

Δ2. Να αποδείξετε ότι : $f(x) = \frac{3}{x-1}$ και ότι $f(2) = 3$.


Μονάδες 8

Δ3. Να αποδείξετε ότι : $\frac{1}{\sqrt{f(2)} - 1} + \frac{\sqrt{f(2)}}{\sqrt{f(2)} + 1} = 2$

Μονάδες 7

Δ4. Να βρείτε το σημείο τομής της γραφικής παράστασης της f με τον άξονα $y'y$.

Μονάδες 5

	ΑΠΟ 02/04/2018 ΕΩΣ 14/04/2018
	3η ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ

ΤΑΞΗ: Α΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

Ημερομηνία: Σάββατο 14 Απριλίου 2018
Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Θεωρία

A2. Θεωρία

A3 1-Λ, 2-Λ, 3-Σ, 4-Λ, 5-Σ

ΘΕΜΑ Β

B1.

$$\text{Ισχύει } \beta = \frac{\alpha + \gamma}{2} \Leftrightarrow x - 1 = \frac{3x + 5 + x + 3}{2} \Leftrightarrow 2x - 2 = 4x + 8 \Leftrightarrow x = -5$$

B2. Άρα οι αριθμοί είναι -10, -6, -2 οπότε $\omega = 4$.

B3. Είναι $\alpha_1 = -10$ άρα $\alpha_{12} = -10 + (12 - 1) \cdot 4 = -10 + 11 \cdot 4 = 34$ και

$$S_{20} = \frac{20}{2} [2 \cdot (-10) + (20 - 1) \cdot 4] = 10(-20 + 19 \cdot 4) = 10 \cdot 56 = 560$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1.


Είναι

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = [-2(\lambda - 1)]^2 - 4\lambda(\lambda - 3) = 4(\lambda^2 - 2\lambda + 1) - 4\lambda^2 + 12\lambda = 4\lambda^2 - 8\lambda + 4 - 4\lambda^2 + 12\lambda = 4\lambda + 4$$

Γ2. Για $\lambda = 3$, είναι $3x^2 - 4x > 0 \Leftrightarrow x(3x - 4) > 0$, άρα οι ρίζες του διωνύμου είναι

$$x = 0 \text{ και } x = \frac{4}{3}, \text{ άρα } x \in (-\infty, 0) \cup \left(\frac{4}{3}, +\infty\right)$$

Γ3. Για $\lambda = -1$ είναι $-x^2 + 4x - 4 = 0 \Leftrightarrow -(x - 2)^2 = 0 \Leftrightarrow (x - 2)^2 = 0 \Leftrightarrow x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$

	ΑΠΟ 02/04/2018 ΕΩΣ 14/04/2018
	3η ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Θα πρέπει $x^2 - 4x + 3 \neq 0$, $\Delta = 16 - 12 = 4$, $x_{1,2} = \frac{4 \pm 2}{2}$ οπότε $x_1 = 3$ και $x_2 = 1$

Άρα $A_f = \mathbb{R} - \{1, 3\}$

Δ2. Είναι $f(x) = \frac{3(x-3)}{(x-3)(x-1)} = \frac{3}{x-1}$ και $f(2) = \frac{3}{2-1} = 3$

Δ3.
$$\frac{1}{\sqrt{f(2)}-1} + \frac{\sqrt{f(2)}}{\sqrt{f(2)}+1} = \frac{1}{\sqrt{3}-1} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1} = \frac{\sqrt{3}+1}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} + \frac{\sqrt{3}(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} =$$

$$= \frac{\sqrt{3}+1+3-\sqrt{3}}{\sqrt{3}^2-1^2} = \frac{4}{3-1} = \frac{4}{2} = 2.$$

Δ4. $f(0) = \frac{3}{0-1} = 3$, άρα το σημείο είναι (0,3)