	ΑΠΟ 02/04/2018 ΕΩΣ 14/04/2018
	<b>3η ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ</b>

**ΤΑΞΗ:** Β΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ  
**ΜΑΘΗΜΑ:** ΑΛΓΕΒΡΑ

**Ημερομηνία: Τρίτη 10 Απριλίου 2018**  
**Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες**

## ΘΕΜΑΤΑ

### ΘΕΜΑ Α

**A1.** Να αποδείξετε ότι ένα πολυώνυμο  $P(x)$  έχει παράγοντα το  $x - \rho$  αν και μόνο αν το  $\rho$  είναι ρίζα του  $P(x)$ , δηλ. αν και μόνο αν  $P(\rho) = 0$ .

(μονάδες 10)

**A2.** Να δώσετε τον ορισμό της περιοδικής συνάρτησης.

(μονάδες 5)

**A3.** Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστές (Σ) ή Λανθασμένες (Λ).

**α)** Η συνάρτηση  $f(x) = e^x$  έχει σύνολο τιμών το  $(0, +\infty)$ . Σ    Λ


**β)** Ο βαθμός του γινομένου δύο μη μηδενικών πολυωνύμων είναι ίσος με το άθροισμα των βαθμών τους. Σ    Λ

**γ)** Η συνάρτηση  $f(x) = \eta\mu x$  είναι άρτια. Σ    Λ

**δ)**  $\ln(\theta_1 \cdot \theta_2) = \ln\theta_1 + \ln\theta_2$ ,  $\theta_1 > 0$ ,  $\theta_2 > 0$ . Σ    Λ

**ε)** Οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων  $f(x) = \ln x$  και  $g(x) = e^x$  είναι συμμετρικές ως προς την ευθεία  $y = x$ . Σ    Λ

(μονάδες 10)

	ΑΠΟ 02/04/2018 ΕΩΣ 14/04/2018
	<b>3η ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ</b>

### ΘΕΜΑ Β

**B1.** Δίνεται η  $f(x) = 2\eta\mu\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \sigma\upsilon\nu(\pi - x)$

i) Να αποδείξετε ότι:  $f(x) = 3\sigma\upsilon\nu x$  (μονάδες 5)

ii) Να αποδείξετε ότι η  $f$  είναι άρτια. (μονάδες 4)

iii) Να λύσετε την εξίσωση  $f(x) = \frac{3}{2}$  (μονάδες 8)

**B2.** Να λυθεί το σύστημα 
$$\begin{cases} \frac{7x}{2} + y = 12 \\ \frac{4x}{3} = 5 - \frac{y}{3} \end{cases}$$

(μονάδες 8)

### ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται το πολυώνυμο  $P(x) = \alpha x^3 + 2x^2 - (\beta + 1)x - 6$ , με  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ .

**Γ1.** Αν η διαίρεση του  $P(x)$  με το  $x + 2$  δίνει υπόλοιπο 4 και το  $x + 1$  είναι παράγοντας του  $P(x)$ , να αποδείξετε ότι  $\alpha = 1$  και  $\beta = 4$ .


(μονάδες 9)

**Γ2.** Για  $\alpha = 1$  και  $\beta = 4$  να λύσετε εξίσωση  $P(x) = 0$ .

(μονάδες 7)

**Γ3.** Για  $\alpha = 1$  και  $\beta = 4$  να λύσετε την ανίσωση  $P(x) > 0$ .


(μονάδες 9)

	ΑΠΟ 02/04/2018 ΕΩΣ 14/04/2018
	<b>3η ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ</b>

**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \log(x-1) + \log(x+2)$ .

- Δ1.** Να βρείτε το πεδίο ορισμού της  $f$ .  
(μονάδες 6)
- Δ2.** Να λύσετε την εξίσωση τη  $f(x) = 2(1 - \log 5)$   
(μονάδες 7)
- Δ3.** Να λύσετε την ανίσωση  $f(x) < 0$ .  
(μονάδες 7)
- Δ4.** Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της  $f$  με τον άξονα  $x'x$ .  
(μονάδες 5)

	ΑΠΟ 02/04/2018 ΕΩΣ 14/04/2018
	<b>3η ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ</b>

**ΤΑΞΗ:** Β΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ  
**ΜΑΘΗΜΑ:** ΑΛΓΕΒΡΑ

**Ημερομηνία:** Τρίτη 10 Απριλίου 2018  
**Διάρκεια Εξέτασης:** 3 ώρες

### ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

#### ΘΕΜΑ Α

**A1. Θεωρία**

**A2. Θεωρία**

**A3. α) Σ, β) Σ γ) Λ, δ) Σ, ε) Σ**

#### ΘΕΜΑ Β

**B1 i)** Είναι  $f(x) = 2\eta\mu\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \sigma\upsilon\nu(\pi - x) = 2\sigma\upsilon\nu x + \sigma\upsilon\nu x = 3\sigma\upsilon\nu x$

ii) Για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ ,  $-x \in \mathbb{R}$  και  $f(-x) = 3\sigma\upsilon\nu(-x) = 3\sigma\upsilon\nu x = f(x)$ , άρα η  $f$  είναι άρτια.

iii)  $f(x) = \frac{3}{2} \Leftrightarrow 3\sigma\upsilon\nu x = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \sigma\upsilon\nu x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sigma\upsilon\nu x = \sigma\upsilon\nu \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow x = 2\kappa\pi \pm \frac{\pi}{3}, \kappa \in \mathbb{Z}$

$$\mathbf{B2} \quad \begin{cases} \frac{7x}{2} + y = 12 \\ \frac{4x}{3} = 5 - \frac{y}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x + 2y = 24 \\ 4x = 15 - y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x + 2y = 24 \\ 4x + y = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x + 2y = 24 \\ -8x - 2y = -30 \end{cases}$$

Προσθέτουμε κατά μέλη τις δύο εξισώσεις και έχουμε  $-x = -6 \Leftrightarrow x = 6$ . Αντικαθιστούμε στην εξίσωση  $4x + y = 15$  και παίρνουμε  $4 \cdot 6 + y = 15 \Leftrightarrow y = 15 - 24 = -9$ .

Άρα  $(x, y) = (6, -9)$ .

**ΘΕΜΑ Γ**

**Γ1.**  $P(-2) = 4 \Leftrightarrow \alpha(-2)^3 + 2(-2)^2 - (\beta + 1)(-2) - 6 = 4 \Leftrightarrow -8\alpha + 8 + 2\beta + 2 - 6 = 4$   
 $\Leftrightarrow -8\alpha + 2\beta = 0$

Και  $P(-1) = 0 \Leftrightarrow \alpha(-1)^3 + 2(-1)^2 - (\beta + 1)(-1) - 6 = 0 \Leftrightarrow -\alpha + 2 + \beta + 1 - 6 = 0 \Leftrightarrow -\alpha + \beta = 3$

Οπότε  $\begin{cases} -8\alpha + 2\beta = 0 \\ -\alpha + \beta = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -8\alpha + 2\beta = 0 \\ 2\alpha - 2\beta = -6 \end{cases} \Leftrightarrow -6\alpha = -6 \Leftrightarrow \alpha = 1$  και  $-1 + \beta = 3 \Leftrightarrow \beta = 4$

**Γ2.** Είναι  $P(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 + 2x^2 - 5x - 6 = 0$

1	2	-5	-6	-1
	-1	-1	6	
1	1	-6	0	

Άρα  $(x+1)(x^2 + x - 6) = 0 \Leftrightarrow x+1=0$  ή  $x^2 + x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = -1$  ή  $x = -3$  ή  $x = 2$

**Γ3.**  $P(x) > 0 \Leftrightarrow (x+1)(x^2 + x - 6) > 0$

x	$-\infty$	-3	-1	2	$+\infty$
x+1	-	-	+	+	
$x^2 + x - 6$	+	-	-	+	
P(x)	-	+	-	+	

Άρα  $x \in (-3, -1) \cup (2, +\infty)$

**ΘΕΜΑ Δ**

**Δ1.** Πρέπει  $x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$  και  $x+2 > 0 \Leftrightarrow x > -2$  άρα  $x \in (1, +\infty)$

**Δ2.**  $f(x) = 2(1 - \log 5) \Leftrightarrow \log(x-1) + \log(x+2) = 2(\log 10 - \log 5) \Leftrightarrow$

$$\log[(x-1)(x+2)] = 2 \log \frac{10}{5} \Leftrightarrow \log[(x-1)(x+2)] = \log 2^2 \Leftrightarrow (x-1)(x+2) = 4 \Leftrightarrow$$

$$x^2 + 2x - x - 2 = 4 \Leftrightarrow x^2 + x - 6 = 0$$

Οπότε  $x_1 = 2$  και  $x_2 = -3$  όπου το  $-3$  απορρίπτεται λόγω περιορισμού.

**Δ3.**  $f(x) < 0 \Leftrightarrow \log(x-1) + \log(x+2) < 0 \Leftrightarrow \log[(x-1)(x+2)] < \log 1 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 < 1$

$$\Leftrightarrow x^2 + x - 3 < 0$$

Οι ρίζες είναι  $x_1 = \frac{-1 - \sqrt{13}}{2}$  και  $x_2 = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}$ .

$x$	1	$x_2$	$+\infty$
$x^2 + x - 3 < 0$	-	+	

Άρα  $x \in (1, \frac{-1 + \sqrt{13}}{2})$

**Δ4.** Από το προηγούμενο ερώτημα  $f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + x - 3 = 0$ ,

Οι ρίζες είναι  $x_1 = \frac{-1 - \sqrt{13}}{2}$  και  $x_2 = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}$ .

Η  $x_1 = \frac{-1 - \sqrt{13}}{2} < 1$  απορρίπτεται και η  $x_2 = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}$  είναι δεκτή.

Άρα το σημείο είναι το:  $\left( \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}, 0 \right)$ .