


|   |                               |
|---|-------------------------------|
|  | ΑΠΟ 22/12/2018 ΕΩΣ 05/01/2019 |
|   | <b>1η ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ</b> |

**ΤΑΞΗ: Β΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**  
**ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ**

**Ημερομηνία: Σάββατο 29 Δεκεμβρίου 2018**  
**Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες**

### ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

#### ΘΕΜΑ Α

Στις ερωτήσεις Α1 – Α2 να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα την απάντησή της.

**Α1.** Πότε μία συνάρτηση  $f$  λέγεται γνησίως φθίνουσα σε ένα διάστημα  $\Delta$  του πεδίου ορισμού της;

**Μονάδες 2**

**Α2.** Ποιος είναι ο ορισμός της άρτιας συνάρτησης;

**Μονάδες 2**

Στη πρόταση Α3 υπάρχουν κάποια κενά. Να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της πρότασης και να μεταφέρετε την πρόταση συμπληρώνοντας τα κενά της.

**Α3.** Όταν για μια γωνία  $\omega$  ισχύει ότι  $\pi < \omega < \frac{3\pi}{2}$  τότε  $\eta\mu\omega \dots\dots 0$ ,  $\sigma\upsilon\nu\omega \dots\dots 0$ ,  $\epsilon\phi\omega \dots\dots 0$  και  $\sigma\phi\omega \dots\dots 0$ .

**Μονάδες 8**

**Α4.** Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη **Σωστό**, για τη σωστή πρόταση, και τη λέξη **Λάθος**, για τη λανθασμένη.

**α.** Το σύστημα  $\begin{cases} x + y = 6 \\ x = 2y \end{cases}$  έχει λύση το ζεύγος  $(x,y) = (4,2)$ .


**β.** Η συνάρτηση  $f(x) = 3x^4 + 2x^2 + 2019$  με  $D_f = \mathbb{R}$  είναι περιττή συνάρτηση.

**γ.** Υπάρχουν τιμές για τις οποίες να ισχύει συγχρόνως  $\eta\mu x = \frac{4}{5}$  και  $\sigma\upsilon\nu x = \frac{3}{5}$ .

**δ.** Η συνάρτηση  $f : [-2,3] \rightarrow \mathbb{R}$  με  $f(x) = 4x^2$  είναι άρτια.

**ε.** Αν για τη γωνία  $x$  ισχύει ότι  $\frac{3\pi}{2} < x < 2\pi$ , τότε  $\eta\mu x > 0$ .

**Μονάδες 13**

|   |                               |
|---|-------------------------------|
|  | ΑΠΟ 22/12/2018 ΕΩΣ 05/01/2019 |
|   | <b>1η ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ</b> |

## ΘΕΜΑ Β

**B1.** Ένας κτηνοτρόφος έχει πουλερικά και πρόβατα. Αν όλα τα ζώα έχουν 40 κεφάλια και 140 πόδια, τότε πόσα είναι τα πουλερικά και πόσα είναι τα πρόβατα;

α. Είναι 35 τα πουλερικά και 5 τα πρόβατα.

β. Είναι 15 τα πουλερικά και 25 τα πρόβατα.

γ. Είναι 10 τα πουλερικά και 30 τα πρόβατα.

Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

**Μονάδες 3**

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

**Μονάδες 10**

**B2.** Η συνάρτηση  $f(x) = 3x^4 + 2x^2 + 20$  με  $D_f = \mathbb{R}$  είναι:

α. άρτια

β. περιττή

γ. δεν είναι ούτε άρτια ούτε περιττή

Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

**Μονάδες 2**

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

**Μονάδες 10**

## ΘΕΜΑ Γ


Δίνονται οι γωνίες  $\alpha$  και  $\beta$  για τις οποίες ισχύει ότι  $\eta\mu\alpha = \frac{4}{5}$  και  $\sigma\upsilon\nu\beta = \frac{3}{5}$ , όπου  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$  και  $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$ .

**Γ1.** Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας  $\alpha$ .

**Μονάδες 7**

**Γ2.** Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας  $\beta$ .

**Μονάδες 7**

|   |                               |
|---|-------------------------------|
|  | ΑΠΟ 22/12/2018 ΕΩΣ 05/01/2019 |
|   | <b>1η ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ</b> |

**Γ3.** Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας  $\alpha + \beta$ .

**Μονάδες 11**

### **ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{1}{3} \eta\mu 4x$ , όπου  $x$  είναι πραγματικός αριθμός.

**Δ1.** Να βρεθεί η μέγιστη και η ελάχιστη τιμή της συνάρτησης  $f$ .

**Μονάδες 6**

**Δ2.** Να βρεθεί η περίοδος της συνάρτησης  $f$ .

**Μονάδες 7**

**Δ3.** Να σχεδιασθεί η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$  στο σύστημα αξόνων για μία περίοδο.

**Μονάδες 12**

|   |                               |
|---|-------------------------------|
|  | ΑΠΟ 22/12/2018 ΕΩΣ 05/01/2019 |
|   | <b>1η ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ</b> |

**ΤΑΞΗ:** Β΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ  
**ΜΑΘΗΜΑ:** ΑΛΓΕΒΡΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

**Ημερομηνία: Σάββατο 29 Δεκεμβρίου 2018**  
**Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες**

## ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

### ΘΕΜΑ Α

- A1.** Θεωρία. Σελίδα 32 από σχολικό βιβλίο.  
**A2.** Θεωρία. Σελίδα 35 από σχολικό βιβλίο.  
**A3.** Όταν για μια γωνία  $\omega$  ισχύει ότι  $\pi < \omega < \frac{3\pi}{2}$  τότε  $\eta\omega < 0$ ,  $\sigma\omega < 0$ ,  $\epsilon\omega > 0$  και  $\sigma\phi\omega > 0$ .  
**A4.** α. Σωστό β. Λάθος γ. Σωστό δ. Λάθος ε. Λάθος

### ΘΕΜΑ Β

**B1.** Η σωστή απάντηση είναι το γ. 10 πουλερικά και 30 πρόβατα .

#### Αιτιολόγηση:

Έστω  $x$  το πλήθος των πουλερικών και  $y$  το πλήθος των προβάτων. Επειδή όλα τα ζώα έχουν 40 κεφάλια τότε θα ισχύει η σχέση  $x + y = 40$ . Ακόμη, συνολικά τα πόδια των πουλερικών και των προβάτων είναι 140 οπότε θα ισχύει η σχέση  $2x + 4y = 140$ . Άρα, προκύπτει το γραμμικό σύστημα  $2 \times 2$ :

$$\begin{cases} x + y = 40 & (1) \\ 2x + 4y = 140 & (2) \end{cases}$$

Οπότε, από (1) προκύπτει ότι  $x = 40 - y$ , άρα η (2)  $\Rightarrow 2(40 - y) + 4y = 140 \Leftrightarrow 80 - 2y + 4y = 140 \Leftrightarrow 2y = 60 \Leftrightarrow y = 30$ . Τότε,  $x = 40 - 30 = 10$ .

**B2.** Η σωστή απάντηση είναι το α. άρτια.

Αιτιολόγηση:

Η συνάρτηση  $f(x) = 3x^4 + 2x^2 + 20$  έχει  $D_f = \mathbb{R}$ . Τότε  $\forall x \in \mathbb{R}$  ισχύουν τα εξής:

- i)  $-x \in \mathbb{R}$  και ii)  $f(-x) = 3(-x)^4 + 2(-x)^2 + 20 = 3x^4 + 2x^2 + 20 = f(x)$ . Άρα η  $f$  είναι άρτια.

### ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται οι γωνίες  $\alpha$  και  $\beta$  για τις οποίες ισχύει ότι  $\eta\mu\alpha = \frac{4}{5}$  και  $\sigma\upsilon\nu\beta = \frac{3}{5}$ , όπου  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$  και  $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$ .

**Γ1.** Ισχύει η σχέση  $\eta\mu^2\alpha + \sigma\upsilon\nu^2\alpha = 1$ . Άρα, έχω ότι  $(\frac{4}{5})^2 + \sigma\upsilon\nu^2\alpha = 1 \Leftrightarrow \sigma\upsilon\nu^2\alpha = 1 - \frac{16}{25} \Leftrightarrow \sigma\upsilon\nu^2\alpha = \frac{9}{25} \Leftrightarrow \sigma\upsilon\nu\alpha = \frac{3}{5}$  ή  $\sigma\upsilon\nu\alpha = -\frac{3}{5}$ . Όμως,  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$  άρα  $\sigma\upsilon\nu\alpha < 0$ . Οπότε, δεχόμαστε ως λύση το  $\sigma\upsilon\nu\alpha = -\frac{3}{5}$ , ενώ το  $\sigma\upsilon\nu\alpha = \frac{3}{5}$  απορρίπτεται. Οπότε,  $\epsilon\phi\alpha = \frac{\eta\mu\alpha}{\sigma\upsilon\nu\alpha} = -\frac{4}{3}$  και  $\sigma\phi\alpha = \frac{\sigma\upsilon\nu\alpha}{\eta\mu\alpha} = -\frac{3}{4}$ .

**Γ2.** Ισχύει η σχέση  $\sigma\upsilon\nu^2\beta + \eta\mu^2\beta = 1$ . Άρα, έχω ότι  $(\frac{3}{5})^2 + \eta\mu^2\beta = 1 \Leftrightarrow \eta\mu^2\beta = 1 - \frac{9}{25} \Leftrightarrow \eta\mu^2\beta = \frac{16}{25} \Leftrightarrow \eta\mu\beta = \frac{4}{5}$  ή  $\eta\mu\beta = -\frac{4}{5}$ . Όμως,  $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$  άρα  $\eta\mu\beta > 0$ . Οπότε, δεχόμαστε ως λύση το  $\eta\mu\beta = \frac{4}{5}$ , ενώ το  $\eta\mu\beta = -\frac{4}{5}$  απορρίπτεται. Οπότε,  $\epsilon\phi\beta = \frac{\eta\mu\beta}{\sigma\upsilon\nu\beta} = \frac{4}{3}$  και  $\sigma\phi\beta = \frac{\sigma\upsilon\nu\beta}{\eta\mu\beta} = \frac{3}{4}$ .

**Γ3.** Έχω  $\eta\mu(\alpha+\beta) = \eta\mu\alpha\sigma\upsilon\nu\beta + \sigma\upsilon\nu\alpha\eta\mu\beta = \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{5} + (-\frac{3}{5}) \cdot \frac{4}{5} = \frac{12}{25} - \frac{12}{25} = 0$

$\sigma\upsilon\nu(\alpha+\beta) = \sigma\upsilon\nu\alpha\sigma\upsilon\nu\beta - \eta\mu\alpha\eta\mu\beta = (-\frac{3}{5}) \cdot \frac{3}{5} - \frac{4}{5} \cdot \frac{4}{5} = -\frac{9}{25} - \frac{16}{25} = -\frac{25}{25} = -1$

$\epsilon\phi(\alpha+\beta) = \frac{\eta\mu(\alpha+\beta)}{\sigma\upsilon\nu(\alpha+\beta)} = 0$

δεν ορίζεται  $\sigma\phi(\alpha+\beta)$

**1η ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ****ΘΕΜΑ Δ**

Η συνάρτηση  $f$  είναι της μορφής  $f(x) = \rho \eta\mu(\omega x)$ . Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{1}{3} \eta\mu 4x$ , όπου  $x$  είναι πραγματικός αριθμός.

**Δ1.** Οπότε, η συνάρτηση  $f$  έχει μέγιστη τιμή  $|\rho| = \frac{1}{3}$ , ενώ ως ελάχιστη τιμή έχει το  $-|\rho| = -\frac{1}{3}$

**Δ2.** Ισχύει ότι  $T = \frac{2\pi}{\omega}$ , άρα η περίοδος της συνάρτησης  $f$  είναι  $T = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$ .

**Δ3.** Η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$  στο σύστημα αξόνων είναι η ακόλουθη:

