	ΑΠΟ 22/04/2019 ΕΩΣ 04/05/2019
	2η ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ

ΤΑΞΗ: Β΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

Ημερομηνία: Τρίτη 30 Απριλίου 2019
Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Πότε μια συνάρτηση f λέγεται γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της;

Μονάδες 4

A2. Στις παρακάτω ισότητες υπάρχουν κάποια κενά. Να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της κάθε ισότητας συμπληρώνοντας το αντίστοιχο κενό.

α. $\log_a 1 = \dots\dots\dots$

β. $\log_a a = \dots\dots\dots$

Μονάδες 6

A3. Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη **Σωστό**, για τη σωστή πρόταση, και τη λέξη **Λάθος**, για τη λανθασμένη.

α. Το σύστημα $\begin{cases} x + y = 8 \\ x = 3y \end{cases}$ έχει λύση το ζεύγος $(x,y) = (6,2)$.

β. Αν $\eta_{\mu x} = \eta_{\mu y}$, τότε ισχύει πάντα $x=y$.

γ. $\log\theta_1 + \log\theta_2 = \log\frac{\theta_1}{\theta_2}$, με $\theta_1, \theta_2 > 0$.

δ. Η συνάρτηση $f : [-2,4] \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(x) = 6x^2$ είναι άρτια.


ε. Το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x):(x+\rho)$ είναι το $P(\rho)$.

Μονάδες 15

ΘΕΜΑ Β

B1. Να αποδειχθεί ότι: $\epsilon\phi\alpha - \epsilon\phi\beta = \frac{\eta\mu(\alpha-\beta)}{\sigma\upsilon\alpha\cdot\sigma\upsilon\eta\beta}$.

Μονάδες 13

	ΑΠΟ 22/04/2019 ΕΩΣ 04/05/2019
	2η ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ

B2. Να λυθεί η εξίσωση: $(1-2\eta\mu\chi)(\sigma\upsilon\nu\chi-3) = 0$.

Μονάδες 12

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Να λυθεί η εξίσωση $e^{x^2-x-6} = 2019^0$

Μονάδες 12

Γ2. Να αποδειχθεί ότι: $3\log 2 + \frac{1}{2}\log 16 = 5\log 2$.

Μονάδες 13


ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Να λυθεί η εξίσωση $-x^3 + 2x^2 + 5x - 6 = 0$

Μονάδες 12

Δ2. Να λυθεί η ανίσωση $x^3 + 4x^2 + 3x + 12 > 0$.

Μονάδες 13

	ΑΠΟ 22/04/2019 ΕΩΣ 04/05/2019
	2η ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ

ΤΑΞΗ: Β' ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

Ημερομηνία: Τρίτη 30 Απριλίου 2019
Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

- A1.** Θεωρία. Σελίδα 31 από σχολικό βιβλίο.
A2. α. 0 β. 1
A3. α. Σωστό β. Λάθος γ. Λάθος δ. Λάθος ε. Λάθος

ΘΕΜΑ Β

B1.
$$\frac{\eta\mu(\alpha-\beta)}{\sigma\upsilon\upsilon\alpha\cdot\sigma\upsilon\upsilon\beta} = \frac{\eta\mu\alpha\cdot\sigma\upsilon\upsilon\beta - \sigma\upsilon\upsilon\alpha\cdot\eta\mu\beta}{\sigma\upsilon\upsilon\alpha\cdot\sigma\upsilon\upsilon\beta} = \frac{\eta\mu\alpha\cdot\sigma\upsilon\upsilon\beta}{\sigma\upsilon\upsilon\alpha\cdot\sigma\upsilon\upsilon\beta} - \frac{\sigma\upsilon\upsilon\alpha\cdot\eta\mu\beta}{\sigma\upsilon\upsilon\alpha\cdot\sigma\upsilon\upsilon\beta} = \frac{\eta\mu\alpha}{\sigma\upsilon\upsilon\alpha} - \frac{\eta\mu\beta}{\sigma\upsilon\upsilon\beta} = \epsilon\phi\alpha - \epsilon\phi\beta$$

B2. $(1-2\eta\mu x)(\sigma\upsilon\upsilon\eta x-3) = 0 \Leftrightarrow 1-2\eta\mu x = 0 \text{ ή } \sigma\upsilon\upsilon\eta x-3 = 0 \Leftrightarrow 2\eta\mu x = 1 \text{ ή } \sigma\upsilon\upsilon\eta x = 3$


Άρα $\eta\mu x = \frac{1}{2}$ ή $\sigma\upsilon\upsilon\eta x = 3$. Τότε διακρίνω τις εξής περιπτώσεις:

- Αν $\eta\mu x = \frac{1}{2}$ τότε $\eta\mu x = \eta\mu\frac{\pi}{6}$ άρα προκύπτει ότι

$$\begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ \text{ή} \\ x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \end{cases}, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ \text{ή} \\ x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

- Αν $\sigma\upsilon\upsilon\eta x = 3$, τότε είναι αδύνατη εξίσωση αφού $\sigma\upsilon\upsilon\eta x \leq 1$.

Τελικά,
$$\begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ \text{ή} \\ x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

	ΑΠΟ 22/04/2019 ΕΩΣ 04/05/2019
	2η ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. $e^{x^2-x-6} = 2019^0 \Leftrightarrow e^{x^2-x-6} = 1 \Leftrightarrow e^{x^2-x-6} = e^0 \Leftrightarrow x^2 - x - 6 = 0.$

Λύνοντας την παραπάνω δευτεροβάθμια εξίσωση προκύπτει ότι $x = 3$ ή $x = -2.$

Γ2. $3\log 2 + \frac{1}{2}\log 16 = 3\log 2 + \frac{1}{2}\log 2^4 = 3\log 2 + \frac{4}{2}\log 2 = 3\log 2 + 2\log 2 = 5\log 2$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Για την εξίσωση $-x^3 + 2x^2 + 5x - 6 = 0$ εφαρμόζω σχήμα Horner με $\rho = 1.$ Οπότε:

-1	2	5	-6	$\rho = 1$
	-1	1	6	
-1	1	6	0	

Επομένως, $-x^3 + 2x^2 + 5x - 6 = (-x^2 + x + 6) \cdot (x - 1).$

Οπότε, $-x^3 + 2x^2 + 5x - 6 = 0 \Leftrightarrow (-x^2 + x + 6) \cdot (x - 1) = 0$ δηλαδή τότε $-x^2 + x + 6 = 0$ ή $x - 1 = 0.$

- Αν $-x^2 + x + 6 = 0$ τότε προκύπτει ότι $x = 3$ ή $x = -2.$
- Αν $x - 1 = 0$ τότε $x = 1.$

Άρα, οι λύσεις της εξίσωσης $-x^3 + 2x^2 + 5x - 6 = 0$ είναι οι $x = -2$ ή $x = 1$ ή $x = 3.$

Δ2. $x^3 + 4x^2 + 3x + 12 > 0 \Leftrightarrow x^2(x + 4) + 3(x + 4) > 0 \Leftrightarrow (x + 4)(x^2 + 3) > 0$

Έστω $P(x) = (x + 4)(x^2 + 3).$

Βρίσκω τις ρίζες των παραγόντων του $P(x)$:

- $x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = -4$
- $x^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 = -3, \text{ αδύνατη στο } \mathbb{R}$

	ΑΠΟ 22/04/2019 ΕΩΣ 04/05/2019		
	2η ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ		

Στην συνέχεια κατασκευάζω τον πίνακα προσήμων για το $P(x)$.

x	$-\infty$	-4	$+\infty$
$x + 4$	-	0	+
$x^2 + 3$	+		+
$P(x)$	-	0	+

Οπότε, $P(x) > 0 \Leftrightarrow (x + 4)(x^2 + 3) > 0 \Leftrightarrow x \in (-4, +\infty)$.