Ωρίωνας ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ	05/10/2019
	2η ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ

ΤΑΞΗ: **Β΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**

ΜΑΘΗΜΑ: **ΑΛΓΕΒΡΑ**

Ημερομηνία: Σάββατο 5 Οκτωβρίου 2019

Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Να λύσετε το σύστημα $\begin{cases} 3x-5y=8 \\ 4x+7y=-3 \end{cases}$.

Μονάδες 25

ΘΕΜΑ Β

Να λύσετε το σύστημα: $\begin{cases} 2x+3y-5=0 \\ 16+5x=2y \end{cases}$ με την μέθοδο των οριζουσών.

Μονάδες 25

ΘΕΜΑ Γ

Να λυθεί για τις διάφορες τιμές του $\lambda \in R$ το σύστημα: $\begin{cases} \lambda x+y=\lambda \\ x+\lambda y=\lambda+2 \end{cases}$, $\lambda \in R$.

Μονάδες 35

ΘΕΜΑ Δ

Να λυθεί το σύστημα $\begin{cases} x^2+y^2=29 \\ x+y=7 \end{cases}$

Μονάδες 15

ΤΑΞΗ: **Β΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**

ΜΑΘΗΜΑ: **ΑΛΓΕΒΡΑ**

Ημερομηνία: Σάββατο 5 Οκτωβρίου 2019

Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Έχουμε $\begin{cases} 3x-5y=8 \\ 4x+7y=-3 \end{cases} \left| \begin{matrix} \cdot(-4) \\ \cdot 3 \end{matrix} \right. \Leftrightarrow \begin{cases} -12x+20y=-32 \\ 12x+21y=-9 \end{cases}$.

Προσθέτουμε κατά μέλη και παίρνουμε $41y=-41 \Leftrightarrow y=-1$.

Αντικαθιστούμε στην πρώτη εξίσωση $3x-5(-1)=8 \Leftrightarrow x=1$.

ΘΕΜΑ Β

Θα γράψουμε το σύστημα στη μορφή $\begin{cases} \alpha x+\beta y=\gamma \\ \alpha' x+\beta' y=\gamma' \end{cases}$

Έχουμε: $\begin{cases} 2x+3y-5=0 \\ 16+5x=2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+3y=5 \\ 5x-2y=-16 \end{cases}$

Είναι: $D=\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 5 & -2 \end{vmatrix}=2\cdot(-2)-5\cdot 3=-4-15=-19\neq 0$

$$D_x=\begin{vmatrix} 5 & 3 \\ -16 & -2 \end{vmatrix}=5\cdot(-2)-(-16)\cdot 3=-10+48=38$$

$$D_y=\begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 5 & -16 \end{vmatrix}=2\cdot(-16)-5\cdot 5=-32-25=-57$$

Επειδή $D\neq 0$ το σύστημα έχει μοναδική λύση την:

$$x=\frac{D_x}{D}=\frac{38}{-19}=-2,\quad y=\frac{D_y}{D}=\frac{-57}{-19}=3$$

ΘΕΜΑ Γ

Βρίσκουμε τις ορίζουσες D, D_x, D_y και τις αναλύουμε σε γινόμενο παραγόντων.

$$D=\begin{vmatrix}\lambda & 1\\ 1 & \lambda\end{vmatrix}=\lambda^2-1=(\lambda+1)(\lambda-1)$$

$$D_x=\begin{vmatrix}\lambda & 1\\ \lambda+2 & \lambda\end{vmatrix}=\lambda^2-1\cdot(\lambda+2)=\lambda^2-\lambda-2=(\lambda+1)(\lambda-2)$$

$$D_y=\begin{vmatrix}\lambda & \lambda\\ 1 & \lambda+2\end{vmatrix}=\lambda\cdot(\lambda+2)-1\cdot\lambda=\lambda^2+2\lambda-\lambda=\lambda^2+\lambda=\lambda(\lambda+1)$$

Διακρίνουμε περιπτώσεις για την D:

- Αν $D\neq 0\Leftrightarrow(\lambda+1)(\lambda-1)\neq 0\Leftrightarrow\lambda+1\neq 0$ και $\lambda-1\neq 0\Leftrightarrow\lambda\neq -1$ και $\lambda\neq 1$,

  τότε το σύστημα έχει μοναδική λύση την:

$$x=\frac{D_x}{D}=\frac{(\lambda+1)(\lambda-2)}{(\lambda+1)(\lambda-1)}=\frac{\lambda-2}{\lambda-1}$$

$$y=\frac{D_y}{D}=\frac{(\lambda+1)\lambda}{(\lambda+1)(\lambda-1)}=\frac{\lambda}{\lambda-1}$$

- Αν $D=0\Leftrightarrow\lambda=1$ ή $\lambda=-1$.

  Για $\lambda=1$ το σύστημα γράφεται: $\begin{cases}x+y=1\\ x+y=3\end{cases}$, που είναι αδύνατο.

  Για $\lambda=-1$ το σύστημα γράφεται $\begin{cases}-x+y=-1\\ x-y=-1+2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x-y=1\\ x-y=1\end{cases}\Leftrightarrow x-y=1\Leftrightarrow$

  $x=y+1$ που έχει άπειρες λύσεις της μορφής: $(x,y)=(y+1,y), y\in R$.

ΘΕΜΑ Δ

$$\begin{cases} x^2+y^2=29 & (1) \\ x+y=7 & (2) \end{cases}$$

Έχουμε: $(2) \Leftrightarrow y=7-x$. Οπότε $(1) \Leftrightarrow x^2+(7-x)^2=29 \Leftrightarrow x^2+49-14x+x^2=29 \Leftrightarrow$

$2x^2-14x+20=0 \Leftrightarrow x^2-7x+10=0 \Leftrightarrow x=2$ ή $x=5$.

Για $x=2,\ \ y=7-2=5$ και για $x=5,\ \ y=7-5=2$.