	05/10/2019
	2η ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ

ΤΑΞΗ: Γ' ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

Ημερομηνία: Σάββατο 5 Οκτωβρίου 2019
Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Πότε δύο συναρτήσεις λέγονται ίσες;

Μονάδες 7

A2. Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη **Σωστό**, για τη σωστή πρόταση, και τη λέξη **Λάθος**, για τη λανθασμένη.

α. Κάθε κατακόρυφη ευθεία έχει με τη γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f το πολύ ένα κοινό σημείο.

β. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $-f$ είναι συμμετρική ως προς τον άξονα $x'x$ της γραφικής παράστασης της f .


γ. Αν οι συναρτήσεις f, g , έχουν πεδίο ορισμού τα σύνολα A και B αντιστοίχως, τότε η συνάρτηση $\frac{f}{g}$ έχει πεδίο ορισμού το σύνολο $A \cap B$.

δ. Το σύνολο τιμών μιας συνάρτησης f είναι το σύνολο $f(A)$ των τεταγμένων των σημείων της C_f .

ε. Αν f, g δύο συναρτήσεις και ορίζονται οι $f \circ g$ και $g \circ f$, τότε ισχύει πάντοτε ότι $f \circ g = g \circ f$.

στ. Η γραφική παράσταση της $|f|$ αποτελείται μόνο από τα τμήματα της C_f που βρίσκονται πάνω από τον άξονα $x'x$.

Μονάδες 18

	05/10/2019
	2η ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln(x-2)$.

B1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της.

Μονάδες 8

B2. Να βρείτε τα κοινά σημεία της C_f με τους άξονες.

Μονάδες 8

B3. Να βρείτε για ποιες τιμές του x η C_f βρίσκεται πάνω από τον άξονα $x'x$.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \ln x$ και $g(x) = \frac{a-x}{x+3}$, με $a \in \mathbb{R}$. Η γραφική παράσταση της g διέρχεται από το σημείο $A(-5, -4)$.

Γ1. Να αποδείξετε ότι $a = 3$.

Μονάδες 5

Γ2. Να ορίσετε τη συνάρτηση $f \circ g$.

Μονάδες 10

Γ3. Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση $f \circ g$ είναι περιττή.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Δ


Έστω f, g δύο συναρτήσεις ορισμένες στο \mathbb{R} , για τις οποίες ισχύουν $g(x) = 2x+1$ και $(f \circ g)(x) = 4x^2 - 1$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

Δ1. Να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης f .

Μονάδες 15

Δ2. Αν $f(x) = x^2 - 2x$ με $x \in \mathbb{R}$, να βρείτε τη συνάρτηση $f \circ f$.

Μονάδες 10

	08/09/2018
	2η ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ

ΤΑΞΗ: Γ' ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

Ημερομηνία: Σάββατο 5 Οκτωβρίου 2019
Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Ορισμός σελίδα 23.

A2. α. Σωστό β. Σωστό γ. Λάθος δ. Σωστό ε. Λάθος στ. Λάθος

ΘΕΜΑ Β

B1. Πρέπει $x - 2 > 0 \Leftrightarrow x > 2$. Άρα το πεδίο ορισμού της f είναι το σύνολο $A = (2, +\infty)$.

B2. $f(x) = 0 \Leftrightarrow \ln(x - 2) = 0 \Leftrightarrow \ln(x - 2) = \ln 1 \Leftrightarrow x - 2 = 1 \Leftrightarrow x = 3$. Άρα η C_f τέμνει τον άξονα $x'x$ στο σημείο $A(3, 0)$.

Το $0 \notin A$ οπότε η C_f δεν τέμνει τον άξονα $y'y$.

B3. $f(x) > 0 \Leftrightarrow \ln(x - 2) > 0 \Leftrightarrow \ln(x - 2) > \ln 1 \Leftrightarrow x - 2 > 1 \Leftrightarrow x > 3$. Άρα η C_f βρίσκεται πάνω από τον άξονα $x'x$ για $x \in (3, +\infty)$.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Ισχύει $g(-5) = -4 \Leftrightarrow \frac{a+5}{-5+3} = -4 \Leftrightarrow \frac{a+5}{-2} = -4 \Leftrightarrow a+5 = 8 \Leftrightarrow a = 3$.

Γ2. Τα πεδία ορισμού των συναρτήσεων f και g είναι $D_f = (0, +\infty)$ και

$D_g = (-\infty, -3) \cup (-3, +\infty)$.

	08/09/2018
	2η ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ

Η συνάρτηση $(f \circ g)(x)$ ορίζεται όταν: $x \in D_g$ και $g(x) \in D_f$.

$$\triangleright x \in D_g \Leftrightarrow x \in (-\infty, -3) \cup (-3, +\infty) \quad (1)$$

$$\triangleright g(x) \in D_f \Leftrightarrow g(x) > 0 \Leftrightarrow \frac{3-x}{x+3} > 0 \Leftrightarrow (3-x)(x+3) > 0 \Leftrightarrow x \in (-3, 3) \quad (2)$$

Από τη συναλήθευση των περιορισμών (1) και (2) προκύπτει ότι $x \in (-3, 3)$. Άρα το πεδίο ορισμού της $f \circ g$ είναι το σύνολο $D_{f \circ g} = (-3, 3)$.

$$\text{Ο τύπος της } f \circ g \text{ είναι: } (f \circ g)(x) = f(g(x)) = f\left(\frac{3-x}{x+3}\right) = \ln\left(\frac{3-x}{x+3}\right).$$

Γ3. Για κάθε $x \in D_{f \circ g}$ και το $-x \in D_{f \circ g}$.

$$\text{Είναι } (f \circ g)(-x) = \ln\left(\frac{3+x}{-x+3}\right) = \ln\left(\frac{-x+3}{3+x}\right)^{-1} = -\ln\left(\frac{3-x}{x+3}\right) = (f \circ g)(x) \text{ για κάθε } x \in D_{f \circ g}.$$

Άρα η συνάρτηση $f \circ g$ είναι περιττή.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Ισχύει $(f \circ g)(x) = 4x^2 - 1 \Leftrightarrow f(g(x)) = 4x^2 - 1 \Leftrightarrow f(2x+1) = 4x^2 - 1$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

$$\text{Θέτουμε } 2x+1 = y \Leftrightarrow x = \frac{y-1}{2}.$$

$$\text{Άρα } f(y) = 4\left(\frac{y-1}{2}\right)^2 - 1 = 4 \frac{y^2 - 2y + 1}{4} - 1 = y^2 - 2y + 1 - 1 = y^2 - 2y, \quad y \in \mathbb{R} \text{ ή}$$

$$f(x) = x^2 - 2x, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Δ2. Η συνάρτηση $(f \circ f)(x)$ ορίζεται όταν: $x \in D_f$ και $f(x) \in D_f$. Επομένως $x \in \mathbb{R}$ και $f(x) \in \mathbb{R}$.

Άρα το πεδίο ορισμού της $f \circ f$ είναι το \mathbb{R} .

2η ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ

Ο τύπος της $f \circ f$ είναι: $(f \circ f)(x) = f(f(x)) = f(x^2 - 2x) = (x^2 - 2x)^2 - 2(x^2 - 2x) =$
 $= x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 2x^2 + 4x = x^4 - 4x^3 + 2x^2 + 4x, x \in \mathbb{R}$