2η ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ

ΤΑΞΗ: Α΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

Ημερομηνία: Τετάρτη 30 Δεκεμβρίου 2020
Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΘΕΜΑ Α

Α1. Τι ονομάζουμε απόλυτη τιμή ενός αριθμού α;

Μονάδες 10

Α2. *Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη **Σωστό**, για τη σωστή πρόταση, και τη λέξη **Λάθος**, για τη λανθασμένη.*

α) Αν $\alpha<0$ και $\beta>0$, τότε υποχρεωτικά θα ισχύει ότι $\alpha\beta<0$.
β) Ισχύει ότι $|\alpha|+|\beta|=0 \Leftrightarrow (\alpha=0 \text{ ή } \beta=0)$.
γ) Ισχύει ότι $\sqrt{x^2-2x+4}=x-2$, για κάθε $x\in\mathbb{R}$.
δ) Δύο αντίθετοι αριθμοί έχουν και αντίθετες απόλυτες τιμές.
ε) Για οποιαδήποτε $\alpha,\beta\in\mathbb{R}$, με $\alpha<\beta$, ισχύει ότι $\alpha^2<\beta^2$.

Μονάδες 15

ΘΕΜΑ Β

Β1. Επιλέξτε την σωστή απάντηση:

i) Η εξίσωση $|x-3|=2$:

α. έχει λύση x = 5.

β. έχει λύση x = 2 ή x = -2.

γ. έχει λύση x = 1.

δ. έχει λύση x = 1 ή x = 5.

ii) Η σχέση $\alpha^2+\beta^2=0$ ισχύει όταν:

α. $\alpha=0$ και $\beta=0$.

β. $\alpha=0$ ή $\beta=0$.

γ. $\alpha\neq 0$ και $\beta=0$.

δ. $\alpha=0$ και $\beta\neq 0$.

Μονάδες 10

Β2. Να υπολογισθεί η παράσταση

$$A=\sqrt{18}+\sqrt{50}-3\sqrt{32}+4\sqrt{8}$$

Μονάδες 15

<u>ΘΕΜΑ Γ</u>

Γ1. Αν α < β < 4, να υπολογισθεί η τιμή της παράστασης:

$$B=|\beta-\alpha|+|\alpha-4|-|4-\beta|-|\alpha-6|$$

Μονάδες 10

Γ2. Να αποδείξετε ότι $\left(x^2+1\right)\left(y^2+1\right)\geq\left(xy+1\right)^2$.

Μονάδες 15

<u>ΘΕΜΑ Δ</u>

Δ1. Δίνεται η παράσταση:

$$\Gamma=5-|x-5|$$

α) Να γράψετε την παράσταση Γ χωρίς το σύμβολο της απόλυτης τιμής.

β) Να λύσετε την εξίσωση $\Gamma=0$

Μονάδες 10

Δ2. Δίνεται η παράσταση:

$$\Delta=\frac{x^3-3x^2}{x^2-9}\cdot\frac{x^2+6x+9}{x^2+2x}$$

α) Να υπολογίσετε για ποια x ορίζεται η Δ.

β) Να απλοποιήσετε την παράσταση Δ.

γ) Να υπολογίσετε την τιμή της για $x=0$ και $x=3$.

Μονάδες 15

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1.

Η **απόλυτη τιμή** ενός πραγματικού αριθμού α συμβολίζεται με |α| και ορίζεται από τον τύπο:

$$|\alpha| = \begin{cases} \alpha, & \acute{o}\tau\alpha\nu\ \alpha \geq 0 \\ -\alpha, & \acute{o}\tau\alpha\nu\ \alpha < 0 \end{cases}$$

Α2.

α. Σ
β. Λ

γ. Λ

δ. Λ

ε. Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1.

i) δ
ii) α

Β2.

$$A = \sqrt{18} + \sqrt{50} - 3\sqrt{32} + 4\sqrt{8}$$
$$A = \sqrt{2 \cdot 9} + \sqrt{2 \cdot 25} - 3\sqrt{2 \cdot 16} + 4\sqrt{2 \cdot 4}$$
$$A = 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 12\sqrt{2} + 8\sqrt{2}$$
$$A = 4\sqrt{2}$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1.

$$B = |\beta - \alpha| + |\alpha - 4| - |4 - \beta| - |\alpha - 6|$$
$$B = \beta - \alpha - (\alpha - 4) - (4 - \beta) - \left[-(\alpha - 6)\right]$$
$$B = \beta - \alpha - \alpha + 4 - 4 + \beta + \alpha - 6$$
$$B = 2\beta - \alpha - 6$$

Γιατί:

$\alpha<\beta$

$\beta-\alpha>0$

και

$\alpha<4$

$\alpha-4<0$

και

$\beta<4$

$4-\beta>0$

και

$\alpha<4$

$\alpha-4<0$

$\alpha-4-2<-2$

$\alpha-6<-2$

$\alpha-6<0$

Γ2.

$\left(x^2+1\right)\left(y^2+1\right)\geq\left(xy+1\right)^2$

$x^2\cdot y^2+x^2+y^2+1\geq x^2y^2++1$

$x^2+y^2-2xy\geq 0$

$\left(x-y\right)^2\geq 0$

Το οποίο ισχύει για κάθε x, y οι οποίοι είναι πραγματικοί αριθμοί.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.

α)

$$\Gamma=5-|x-5|\Leftrightarrow\Gamma=\begin{cases}5-x+5, & \alpha\nu\, x-5\geq 0\\ 5+x-5, & \alpha\nu\, x-5<0\end{cases}\Leftrightarrow\Gamma=\begin{cases}10-x, & \alpha\nu\, x\geq 5\\ x, & \alpha\nu\, x<5\end{cases}$$

β)

$$\Gamma=0\Leftrightarrow\Gamma=\begin{cases}10-x=0, & \alpha\nu\, x\geq 5\\ x=0, & \alpha\nu\, x<5\end{cases}\Leftrightarrow\Gamma=\begin{cases}x=10, & \alpha\nu\, x\geq 5\\ x=0, & \alpha\nu\, x<5\end{cases}$$

Δ2.

α)

Θα πρέπει:

$x^2-9\neq 0\Leftrightarrow x^2\neq 9\Leftrightarrow x\neq\pm 3$

και

$x^2+2x\neq 0 \Leftrightarrow x(x+2)\neq 0 \Leftrightarrow x\neq 0$ και $x\neq -2$

Άρα η Δ ορίζεται για κάθε $x\in\mathbb{R}-\{-3,-2,0,3\}$

β)

$$\Delta=\frac{x^3-3x^2}{x^2-9}\cdot\frac{x^2+6x+9}{x^2+2x}=\frac{x^2(x-3)}{(x-3)(x+3)}\cdot\frac{(x+3)^2}{x(x+2)}=\frac{x(x+3)}{(x+2)}$$

γ)

Η παράσταση Δ δεν ορίζεται για καμία απ’ τις δύο τιμές, άρα είναι αδύνατη γι αυτές.