	ΑΠΟ 26/04/2021 ΕΩΣ 15/05/2021
	4^η ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ

ΤΑΞΗ: Α΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

Ημερομηνία: Τετάρτη 28 Απριλίου 2021
Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Τι ονομάζεται τετραγωνική ρίζα ενός μη αρνητικού αριθμού a ;

Μονάδες 10

A2. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές (Σ) ή λανθασμένες (Λ).

- i. Για $x_0 \in \mathbb{R}$ και $\rho > 0$ ισχύει: $|x - x_0| < \rho \Leftrightarrow x \in (x_0 - \rho, x_0 + \rho)$.
- ii. Αν $\alpha^2 + \beta^2 = 0$, τότε θα ισχύει $\alpha = \beta = 0$.
- iii. Ισχύει ότι $\sqrt{\alpha + \beta} = \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}$, με $\alpha, \beta > 0$.
- iv. Κλίση μιας ευθείας ε ορίζουμε την εφαπτομένη της γωνίας ω που σχηματίζει η ε με τον άξονα $y'y$.
- v. Η αριθμητική πρόοδος $6, 2, -2, \dots$ έχει διαφορά $\omega = -4$.

Μονάδες 15

ΘΕΜΑ Β

B1. Η ευθεία $y = -\sqrt{3}x + 2$ σχηματίζει γωνία ω με τον $x'x$ ίση με :

- i. $\omega = 120^\circ$
- ii. $\omega = 30^\circ$
- iii. $\omega = 60^\circ$

Επιλέξτε την σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 3

	ΑΠΟ 26/04/2021 ΕΩΣ 15/05/2021
	4^η ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ

B2. Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f(x) = \frac{1}{\sqrt{12-3x}}$ είναι:

- i. $A = [4, +\infty)$
- ii. $A = (4, +\infty)$
- iii. $A = (-\infty, 4)$

Επιλέξτε την σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 3

B3. Η ανίσωση $-2x^2 - 5x + 3 > 0$ έχει λύσεις:

- i. $x \in (-\infty, -3) \cup \left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$
- ii. $x \in \left(-3, \frac{1}{2}\right)$
- iii. $x \in \mathbb{R} - \left\{-3, \frac{1}{2}\right\}$

Επιλέξτε την σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 3

B4. Να βρεθεί το λ ώστε οι ευθείες $\varepsilon: y = |\lambda - 2|x + 6$ και $\zeta: y = -x + 1$ να είναι παράλληλες.

Μονάδες 10


ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Δίνεται η συνάρτηση:

$$f(x) = \frac{\sqrt{x-2}}{x-4}$$

Γ1.1 Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης

Γ1.2 Να υπολογίσετε τις τιμές $f(0), f(2), f(-4)$.

	ΑΠΟ 26/04/2021 ΕΩΣ 15/05/2021
	4^η ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ

Μονάδες 15

Γ2. Έστω οι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου $x - 6, 4x - 13, 2x + 5$. Να βρείτε τον αριθμό x .

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Δ

Η ευθεία $\varepsilon: y = (\lambda^2 + 5)x + 2\lambda - 1, \lambda \in \mathbb{R}$ διέρχεται από το σημείο $A(1, 3)$.

Δ1. Να αποδείξετε ότι $\lambda = -1$.

Δ2. Να βρείτε τα σημεία τομής της ευθείας με τους άξονες $x'x$ και $y'y$.


Δ3. Να σχεδιάσετε την γραφική παράσταση της ευθείας.

Έστω η ευθεία $\zeta: y = -2x + 1$,

Δ4. Να βρείτε τα κοινά σημεία των δύο ευθειών.

Δ5. Να βρείτε το διάστημα στο οποίο η ε βρίσκεται πάνω από την ζ .

Μονάδες 25

	ΑΠΟ 26/04/2021 ΕΩΣ 15/05/2021
	4^η ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Η τετραγωνική ρίζα ενός μη αρνητικού αριθμού a , η οποία συμβολίζεται με \sqrt{a} , λέγεται ο μη αρνητικός αριθμός ο οποίος όταν υψωθεί στο τετράγωνο, δίνει τον αριθμό a .

A2.

- i. Λ
- ii. Σ
- iii. Λ
- iv. Λ
- v. Σ

ΘΕΜΑ Β

B1. Σωστή απάντηση: (i)

$$y = -\sqrt{3}x + 2$$

$$\varepsilon\varphi\omega = -\sqrt{3}$$

$$\omega = 180^\circ - 60^\circ$$

$$\omega = 120^\circ$$

B2. Σωστή απάντηση: (iii)

Θα πρέπει:

$$12 - 3x > 0$$

$$-3x > -12$$

$$x < 4$$


$$\text{Άρα } x \in (-\infty, 4)$$

B3. Σωστή απάντηση: (ii)

$$-2x^2 - 5x + 3 > 0$$

$$\Delta = (-5)^2 - 4(-2) \cdot 3 = 25 + 24 = 49$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm 7}{-4} = \begin{cases} x_1 = -3 \\ x_2 = \frac{1}{2} \end{cases}$$

	ΑΠΟ 26/04/2021 ΕΩΣ 15/05/2021
	4^η ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ

Αφού θέλουμε το τριώνυμο να είναι θετικό, άρα ετερόσημο του α , θα πρέπει το x να είναι ανάμεσα στις ρίζες που βρήκαμε.

$$\text{Άρα } x \in \left(-3, \frac{1}{2}\right).$$

B4. Για να είναι παράλληλες οι ευθείες θα πρέπει να έχουν ίδιο συντελεστή διεύθυνσης.

Άρα θα πρέπει να ισχύει $|\lambda - 2| = -1$, κάτι το οποίο απ' τον ορισμό της απόλυτης τιμής δεν γίνεται να ισχύει.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1.

$$f(x) = \frac{\sqrt{x-2}}{x-4}$$

Γ1.1

Θα πρέπει

$$x - 4 \neq 0 \text{ και } x - 2 \geq 0$$

$$x \neq 4 \quad x \geq 2$$

$$\text{Άρα } x \in [2, 4) \cup (4, +\infty)$$

Γ1.2

Το $f(0)$ δεν ορίζεται γιατί το 0 δεν ανήκει στο πεδίο ορισμού.

$$f(2) = \frac{\sqrt{2-2}}{2-4} = 0$$

Το $f(-4)$ δεν ορίζεται γιατί το -4 δεν ανήκει στο πεδίο ορισμού.

Γ2.

$$4x - 13 = \frac{2x + 5 + x - 6}{2}$$


$$2x + 5 + x - 6 = 8x - 26$$

$$3x - 1 = 8x - 26$$

$$-5x = -25$$

$$x = 5$$

ΘΕΜΑ Δ

	ΑΠΟ 26/04/2021 ΕΩΣ 15/05/2021
	4^η ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ

Δ1. Αφού η ε διέρχεται από το σημείο Α, οι συντεταγμένες του την επαληθεύουν.

$$3 = (\lambda^2 + 5)1 + 2\lambda - 1$$

$$3 = \lambda^2 + 5 + 2\lambda - 1$$

$$\lambda^2 + 2\lambda + 1 = 0$$

$$(\lambda + 1)^2 = 0$$

$$\lambda + 1 = 0$$

$$\lambda = -1$$

Δ2. Το σημείο τομής της ευθείας με τον άξονα x'x είναι:

$$\varepsilon: y = 6x - 3$$

Για $y = 0$:

$$0 = 6x - 3$$

$$6x = 3$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$B\left(\frac{1}{2}, 0\right)$$

Το σημείο τομής της ευθείας με τον άξονα y'y είναι:

$$\varepsilon: y = 6x - 3$$

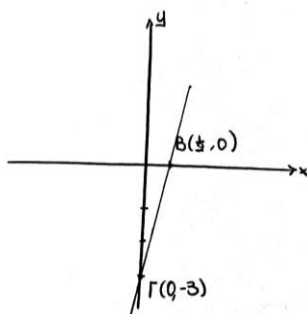
Για $x = 0$:


$$y = 6 \cdot 0 - 3$$

$$y = -3$$

$$\Gamma(0, -3)$$

Δ3. Με βάση τα σημεία τομής που βρήκαμε στο προηγούμενο ερώτημα χαράσσουμε την ευθεία ε.



	ΑΠΟ 26/04/2021 ΕΩΣ 15/05/2021
	4^η ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ

Δ4.

Τα κοινά σημεία των $\varepsilon: y = 6x - 3$ και $\zeta: y = -2x + 1$ είναι:

$$-2x + 1 = 6x - 3$$

$$8x = 4$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$y = -2\left(\frac{1}{2}\right) + 1$$

$$y = 0$$

$$\Delta\left(\frac{1}{2}, 0\right)$$

Δ5.

Για να βρίσκεται η ε πάνω από την ζ θα ισχύει:

$$6x - 3 > -2x + 1$$

$$8x > 4$$

$$x > \frac{1}{2}$$

$$x \in \left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$$