	ΑΠΟ 26/2/2022 ΕΩΣ 26/03/2022
	3η ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ

ΤΑΞΗ: Β΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

Ημερομηνία: Σάββατο 26 Μαρτίου 2022
Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Να γράψετε την εξίσωση του κύκλου που έχει κέντρο $K(x_0, y_0)$ και ακτίνα ρ .

(Μονάδες 6)

A2. Πότε η εξίσωση $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$ παριστάνει κύκλο; Ποιο είναι το κέντρο του και ποια η ακτίνα του;

(Μονάδες 6)

A3. Να γράψετε στην κόλλα σας το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση. Δίνεται κύκλος $x^2 + y^2 = 10$ και το σημείο του $M(1, -3)$. Η εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο M έχει εξίσωση:

α. $x + 3y = 10$

β. $5x - y = 8$

γ. $x - 3y = 10$

δ. $3x + 2y = 3$

ε. $\frac{1}{2}x + y = 5$

(Μονάδες 4)

A4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας την ένδειξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. Το σημείο $(1, -1)$ ανήκει στον κύκλο $x^2 + y^2 = 2$.

β. Ο κύκλος $x^2 + y^2 = 4$ και η ευθεία $y = 2x$ εφάπτονται.

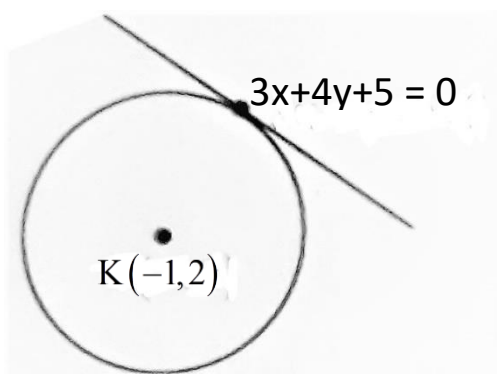
γ. Η εξίσωση $x^2 + y^2 + \lambda = 0$, όπου λ πραγματικός αριθμός, είναι εξίσωση κύκλου.

(Μονάδες 9)

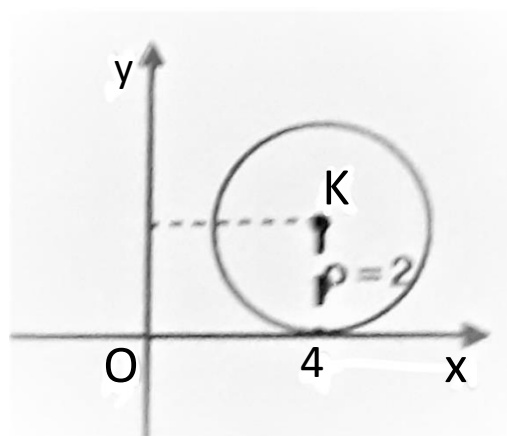
ΘΕΜΑ Β

Να βρείτε τις εξισώσεις των κύκλων των παρακάτω σχημάτων:

B1.



B2.



(Μονάδες 25)


ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται ο κύκλος: $C_1 = x^2 + y^2 + 4x - 6y - 3 = 0$ και ο κύκλος C_2 που έχει διάμετρο το ευθύγραμμο τμήμα AB , με $A(10, 7)$ και $B(4, -1)$.

Γ1. Να βρείτε το κέντρο και την ακτίνα του κύκλου C_1 . (Μονάδες 7)

Γ2. Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου C_2 . (Μονάδες 10)

Γ3. Να αποδείξετε ότι οι κύκλοι C_1 και C_2 εφάπτονται. (Μονάδες 8)

	ΑΠΟ 26/2/2022 ΕΩΣ 26/03/2022
	3η ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η εξίσωση $x^2 + y^2 - 6\lambda x + 2\lambda y = 0$, (1) $\lambda \in \mathbb{R}^*$

- Δ1.** Να δείξετε ότι για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}^*$ η (1) παριστάνει κύκλο που διέρχεται από $O(0,0)$ του οποίου να βρείτε το κέντρο και την ακτίνα. (Μονάδες 9)
- Δ2.** Να δείξετε ότι κάθε κύκλος που ορίζεται από την (1) εφάπτεται της ευθείας $(\varepsilon): \psi = 3x$. (Μονάδες 7)
- Δ3.** Να βρείτε τον γεωμετρικό τόπο των κέντρων των κύκλων που ορίζονται από την (1). (Μονάδες 9)

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ**ΘΕΜΑ Α**

A1. $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = \rho^2$

A2. $A^2 + B^2 - 45 > 0$

$$K\left(-\frac{A}{2}, -\frac{B}{2}\right)$$

$$\rho = \frac{\sqrt{A^2 + B^2 - 45}}{2}$$

A3. γ.

A4. α. Σ β. Λ γ. Λ

ΘΕΜΑ Β

B1. $\rho = d(K, \varepsilon) = \frac{|3 \cdot (-1) + 4 \cdot 2 + 5|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 2$, άρα $C: (x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 4$

B2. Είναι $K(4, 2)$, άρα $C: (x - 4)^2 + (y - 2)^2 = 4$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. $K\left(-\frac{4}{2}, \frac{6}{2}\right) = K(-2, 3)$, $\rho = \frac{\sqrt{4^2 + 6^2 - 4 \cdot (-2)}}{2} = \frac{\sqrt{64}}{2} = \frac{8}{2} = 4$

Γ2. μέσω $M\left(\frac{10+4}{2}, \frac{7-1}{2}\right) = M(7, 3)$

$$R = AM = \sqrt{(10-7)^2 + (7-3)^2} = \sqrt{25} = 5$$

$$C_2 : (x-7)^2 + (y-3)^2 = 25$$

Γ3. Είναι $KM = \sqrt{(7+2)^2 + (3-3)^2} = 9 = R + \rho$, άρα εφάπτονται.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. $A^2 + B^2 - 45 = (-6\lambda)^2 + (2\lambda)^2 = 36\lambda^2 + 4\lambda^2 = 40\lambda^2 > 0$ για $\lambda \in \mathbb{R}^*$

$$K\left(\frac{6\lambda}{2}, -\frac{2\lambda}{2}\right) = K(3\lambda, -\lambda), \quad \rho = \frac{\sqrt{40\lambda^2}}{2} = \frac{2\sqrt{10} \cdot |\lambda|}{2} = |\lambda| \cdot \sqrt{10}$$

Δ2. $(\varepsilon): 3x - y = 0$ και $d(K, \varepsilon) = \frac{|3 \cdot 3\lambda + \lambda|}{\sqrt{3^2 + (-1)^2}} = \frac{|10\lambda|}{\sqrt{10}} = |\lambda| \cdot \sqrt{10} = \rho$.

Δ3. Είναι: $\begin{cases} x = 3\lambda \\ y = -\lambda \end{cases} \Rightarrow \lambda = -y \Rightarrow x = 3 \cdot (-y) \Rightarrow x + 3y = 0$.

Επειδή $\lambda \neq 0 \Rightarrow x \neq 0$ και $y \neq 0$, άρα ο γεωμετρικός τόπος είναι η ευθεία εντός του $(0,0)$.