

	ΑΠΟ 26/02/2022 ΕΩΣ 26/03/2022
	3η ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ

**ΤΑΞΗ:** Α΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ  
**ΜΑΘΗΜΑ:** ΑΛΓΕΒΡΑ

**Ημερομηνία: Σάββατο 5 Μαρτίου 2022**  
**Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες**

### ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

#### ΘΕΜΑ Α

**A1.** Τι ονομάζεται αριθμητική πρόοδος; Ποιος είναι ο  $n$ -στός όρος μιας αριθμητικής προόδου;

**Μονάδες 10**

**A2.** Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη **Σωστό**, για τη σωστή πρόταση, και τη λέξη **Λάθος**, για τη λανθασμένη.

**α.** Η εξίσωση με ρίζες  $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$  είναι η  $x^2 - Sx + P = 0$ , όπου  $S = x_1 + x_2$  και  $P = x_1 \cdot x_2$ .

**β.** Τρεις αριθμοί  $\alpha, \beta, \gamma$  είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου αν και μόνο αν ισχύει  $\beta = \frac{\alpha + \gamma}{2}$ .

**γ.** Η ισότητα  $|x - 4| = -x + 4$  αληθεύει μόνο αν  $x \leq -4$ .

**δ.** Ισχύει η ισότητα  $\sqrt{25 - 16} = \sqrt{25} - \sqrt{16}$ .

**ε.** Η ακολουθία 2, -10, 50, -250, ... είναι γεωμετρική πρόοδος με λόγο  $\lambda = -5$ .

**Μονάδες 15**

#### ΘΕΜΑ Β

**B1.** Να υπολογίσετε την τιμή του  $x$  ώστε οι αριθμοί  $3x + 1, x^2 - 4, x - 3$  να αποτελούν διαδοχικούς όρους αριθμητικής προόδου

**Μονάδες 10**

	ΑΠΟ 26/02/2022 ΕΩΣ 26/03/2022
	<b>3η ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ</b>

**B2.** Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων  $-x^2 + 2x + 3 \leq 0$  και  $2(2-x) - 4(1-x) + 5x \geq 14$

**Μονάδες 15**

### **ΘΕΜΑ Γ**

Έστω αριθμητική πρόοδος για την οποία γνωρίζουμε ότι ο 3<sup>ος</sup> όρος είναι το 11 και ο 15<sup>ος</sup> όρος είναι το 59.

**Γ1.** Να υπολογίσετε τον πρώτο όρο και την διαφορά της προόδου.

**Μονάδες 5**

**Γ2.** Να υπολογίσετε τον  $n$ -οστό όρο της προόδου.

**Μονάδες 5**

**Γ3.** Να υπολογίσετε τον 23<sup>ο</sup> όρο της προόδου.

**Μονάδες 5**

**Γ4.** Να βρείτε, εάν υπάρχει, ποιος όρος της προόδου ισούται με 101.

**Μονάδες 10**

### **ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται η εξίσωση  $x^2 - (2\lambda - 1)x + \lambda^2 = 0$ , (1) με  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

**Δ1.** Να υπολογίσετε τη διακρίνουσα  $\Delta$  της εξίσωσης (1).

**Μονάδες 5**

**Δ2.** Να υπολογίσετε για ποια  $\lambda \in \mathbb{R}$  η εξίσωση έχει δυο άνισες πραγματικές ρίζες.

**Μονάδες 5**

**Δ3.** Να υπολογίσετε για ποια  $\lambda \in \mathbb{R}$  η εξίσωση δεν έχει πραγματικές ρίζες.

**Μονάδες 5**

**Δ4.** Αν  $x_1, x_2$  είναι οι δύο άνισες πραγματικές ρίζες της εξίσωσης (1) να υπολογίσετε τα  $\lambda \in \mathbb{R}$  για τα οποία το γινόμενο των ριζών ισούται με το τετράγωνο του αθροίσματος τους.

**Μονάδες 10**

	ΑΠΟ 26/02/2022 ΕΩΣ 26/03/2022
	3η ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ

## ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

### ΘΕΜΑ Α

**A1.**

Μια ακολουθία λέγεται αριθμητική πρόοδος, αν κάθε όρος της προκύπτει από τον προηγούμενο του με πρόσθεση του ίδιου πάντοτε αριθμού.

Ο ν-οστός όρος της προόδου είναι ο  $a_n = a_1 + (n-1)\omega$ , όπου  $a_1$  ο πρώτος όρος της προόδου και  $\omega$  η διαφορά της προόδου.

**A2.**

α. Σ

β. Σ

γ. Λ

δ. Λ

ε. Σ

### ΘΕΜΑ Β

**B1.**

$$x^2 - 4 = \frac{3x + 1 + x - 3}{2}$$

$$x^2 - 4 = \frac{4x - 2}{2}$$

$$2x^2 - 8 = 4x - 2$$

$$2x^2 - 4x - 6 = 0$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = 4 + 12 = 16$$

$$x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{2 \pm 4}{2} = \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = -1 \end{cases}$$

**B2.**  $-x^2 + 2x + 3 \leq 0$

Υπολογίζουμε την διακρίνουσα και τις ρίζες του τριωνύμου:

	ΑΠΟ 26/02/2022 ΕΩΣ 26/03/2022
	<b>3η ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ</b>

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = 4 + 12 = 16$$

$$x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-2 \pm 4}{-2} = \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = 3 \end{cases}$$

Κάνουμε τον πίνακα προσήμων για το τριώνυμο:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$
$-x^2 + 2x + 3$	-	+	-	

Για την 2<sup>η</sup> ανίσωση έχουμε:

$$2(2-x) - 4(1-x) + 5x \geq 14 \Leftrightarrow 4 - 2x - 4 + 4x + 5x \geq 14 \Leftrightarrow 7x \geq 14 \Leftrightarrow x \geq 2$$

Άρα οι κοινές λύσεις των ανισώσεων είναι  $x \in [3, +\infty)$ .

### ΘΕΜΑ Γ

**Γ1.**

$$\alpha_3 = 11 \Leftrightarrow \alpha_1 + (3-1)\omega = 11 \Leftrightarrow \alpha_1 + 2\omega = 11(1)$$

$$\alpha_{15} = 59 \Leftrightarrow \alpha_1 + (15-1)\omega = 59 \Leftrightarrow \alpha_1 + 14\omega = 59(2)$$

Πολλαπλασιάζουμε την σχέση (1) με  $-1$  και τις προσθέτουμε κατά μέλη:

$$-\alpha_1 - 2\omega = -11$$

$$\alpha_1 + 14\omega = 59(+)$$

$$12\omega = 48$$

$$\omega = 4$$

Αντικαθιστώντας στην (1) υπολογίζουμε το  $\alpha_1$ :

$$\alpha_1 + 2\omega = 11 \Leftrightarrow \alpha_1 + 8 = 11 \Leftrightarrow \alpha_1 = 3$$

**Γ2.**  $\alpha_v = 3 + (v-1) \cdot 4 \Leftrightarrow \alpha_v = 3 + 4v - 4 \Leftrightarrow \alpha_v = 4v - 1$

**Γ3.** Για  $v = 23$ :

$$\alpha_{23} = 4 \cdot 23 - 1 = 92 - 1 = 91$$

	ΑΠΟ 26/02/2022 ΕΩΣ 26/03/2022
	<b>3η ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ</b>

**Γ4.**  $\alpha_v = 101 \Leftrightarrow 4v - 1 = 101 \Leftrightarrow 4v = 102 \Leftrightarrow v = 25,5$

Η τιμή του  $v$  δεν είναι αποδεκτή γιατί δεν είναι θετικός ακέραιος αριθμός, άρα κανένας όρος της προόδου δεν είναι ίσος με 101.

### **ΘΕΜΑ Δ**

**Δ1.**  $\Delta = [-(2\lambda - 1)]^2 - 4 \cdot 1 \cdot \lambda^2 = -4\lambda + 1$

**Δ2.** Η εξίσωση για να έχει δυο άνισες πραγματικές ρίζες θα πρέπει:

$$\Delta \geq 0 \Leftrightarrow -4\lambda + 1 \geq 0 \Leftrightarrow \lambda \leq \frac{1}{4}$$

**Δ3.** Η εξίσωση για να έχει δυο άνισες πραγματικές ρίζες θα πρέπει:

$$\Delta < 0 \Leftrightarrow -4\lambda + 1 < 0 \Leftrightarrow \lambda > \frac{1}{4}$$

**Δ4.** Αν  $x_1, x_2$  είναι οι δύο άνισες πραγματικές ρίζες της εξίσωσης (1), θα ισχύει  $P = S^2$

$$\frac{\gamma}{\alpha} = \left( \frac{-\beta}{\alpha} \right)^2$$

$$\lambda^2 = (2\lambda + 1)^2$$

$$\lambda^2 = 4\lambda^2 + 4\lambda + 1$$

$$3\lambda^2 + 4\lambda + 1 = 0$$

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = 16 - 12 = 4$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-4 \pm 2}{6} = \begin{cases} \lambda_1 = -\frac{1}{3} \\ \lambda_2 = -1 \end{cases}$$